

Využití software Mathematica na střední škole

Pozorování matematiky v systému mathematica

Ladislav Kašpárek
SPŠ Jihlava

kasperek@sps-jia.cz



Úvodem

- Matematika "trochu" mění pohled na SŠ matematiku
 - jiné zápisy výrazů, formulí
 - skryté postupy výpočtů
 - nutnost správné interpretace výsledků
 - vznikají jiné (nové) varianty úloh a jejich řešení
 - jiná obtížnost (rozsah)
 - ...
- Praktické zkušenosti
 - hlavně nic složitého (alespoň ze začátku)
 - příklady – skládání, vnořování funkcí
 - příprava studentů
 - Manipulate, Table
 - zdroj informací: DemonstrationsProject
 - System *Mathematica* je "škoda" používat k výuce matematiky (fyz, che, geo, stat, prog, mech, el, ...)

Změna pohledu na příklad

Jsme zvyklí takto příklad vyřešit, jak to udělá Mathematica?

Reduce[$10^x == 100, x$]

$$C[1] \in \text{Integers} \ \&\& \ x = 2 + \frac{2 \ i \ \pi \ C[1]}{\text{Log}[2] + \text{Log}[5]}$$



Téměř neřešitelná zkouška

Řešte iracionální rovnici v \mathbb{R} a proveďte zkoušku.

$$\text{Solve} \left[\sqrt{-3 + 2x} = 1 + \sqrt{6 - 2x}, x \right]$$

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{4} (9 + \sqrt{5}) \right\} \right\}$$

Zkouška je problém?

Kdo by se s tím maloval?

Kdo by se s tím počítal?

Hrubé výpočty? Přínos?

Tabulky funkce Sin[x]

`Table[{x, Sin[x]}, {x, 0, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{6}$ }] // TableForm`

0	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1

`Table[{x, Sin[x]}, {x, 0, 2 π , $\frac{\pi}{3}$ }] // TableForm`

0	0
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
π	0
$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
2 π	0

`Table[{x, Sin[x] // FunctionExpand}, {x, 0, 2 π , $\frac{\pi}{4}$ }] // TableForm`

0	0
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{\pi}{2}$	1
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
π	0
$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{3\pi}{2}$	-1
$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
2 π	0

```
Table[{x, Sin[x] // FunctionExpand // FullSimplify}, {x, 0, 2 π,  $\frac{\pi}{4}$ }] // TableForm
```

0	0
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{\pi}{2}$	1
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
π	0
$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{3\pi}{2}$	-1
$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
2π	0

```
Table[{x, Sin[x Degree] // FunctionExpand}, {x, 0, 359}] // TableForm
```

◀ | ▶

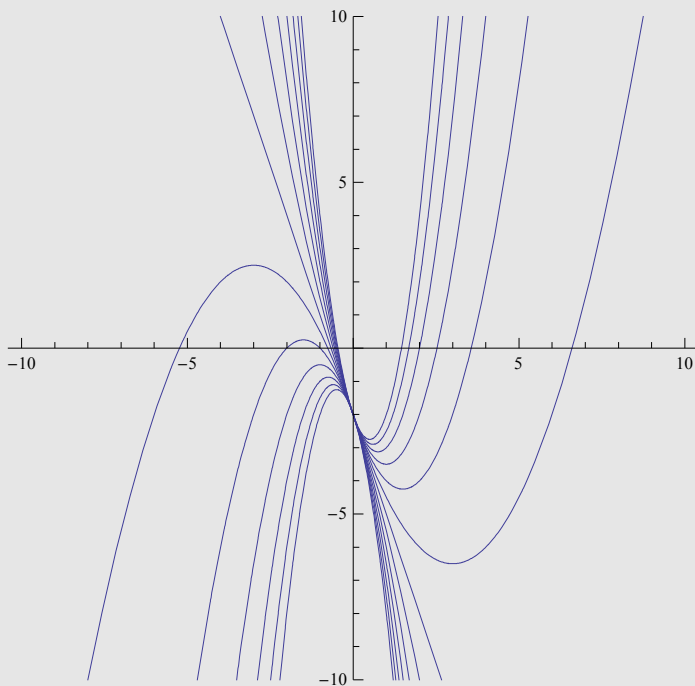
Kvadratická funkce – graf

Správně interpretujte graf z následujícího příkazu.

1/ jako příkaz.

2/ jeho matematický význam

```
Plot[Table[a x^2 - 3 x - 2, {a, -3, 3,  $\frac{1}{2}$ }], {x, -10, 10},  
PlotRange -> {-10, 10}, AspectRatio -> Automatic]
```



Dosazovací operátor

■ Dosazování do výrazů

Operátor dosazení do výrazu je: " / . " Např.

$$x^2 \text{ / . } x \rightarrow 7$$

$$49$$

$$(a + b)^3 \text{ / . } a \rightarrow b$$

$$8 b^3$$

$$(a + b)^3 \text{ / . } a \rightarrow b + c^2$$

$$(2 b + c^2)^3$$

■ Substituce

Substituce, nebo-li dosazení se opět provádí operátorem " / . " , který můžeme použít např. při řešení bikvadratických rovnic.

POZOR: dosazení probíhá jen na symbolické úrovni (subsituový symbol je chápán jako vzor), nikoliv na úrovni významu. Tomu je třeba substituci přizpůsobit...

$$a x^6 + 1 \text{ / . } x \rightarrow 3$$

$$1 + 729 a$$

Ale!!!

$$a x^6 + 1 \text{ / . } x^2 \rightarrow 3$$

$$1 + a x^6$$

Řešení:

$$a x^6 + 1 \text{ / . } x \rightarrow \sqrt{3}$$

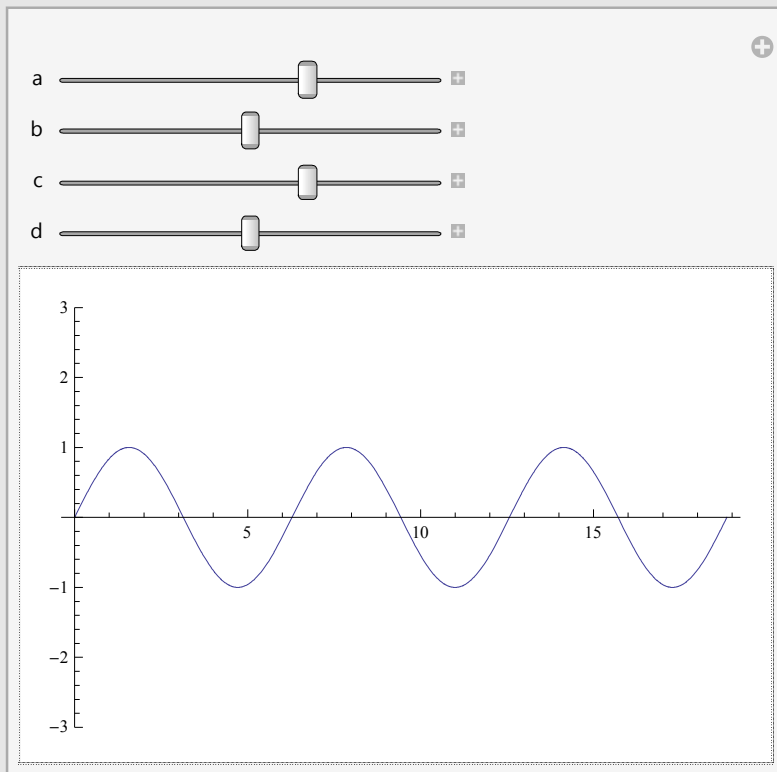
$$1 + 27 a$$

□ Bikvadratická rovnice

Funkce sinus

Pozorujte chování funkce sinus při změně parametrů

```
Manipulate[Plot[c Sin[a x + b] + d, {x, 0, 6 π}, PlotRange → {-3, 3}],  
{a, 1}, {-3, 3, .1}], {{b, 0}, {-3, 3, .1}}, {{c, 1}, {-3, 3, .1}}, {{d, 0}, {-3, 3, .1}]
```

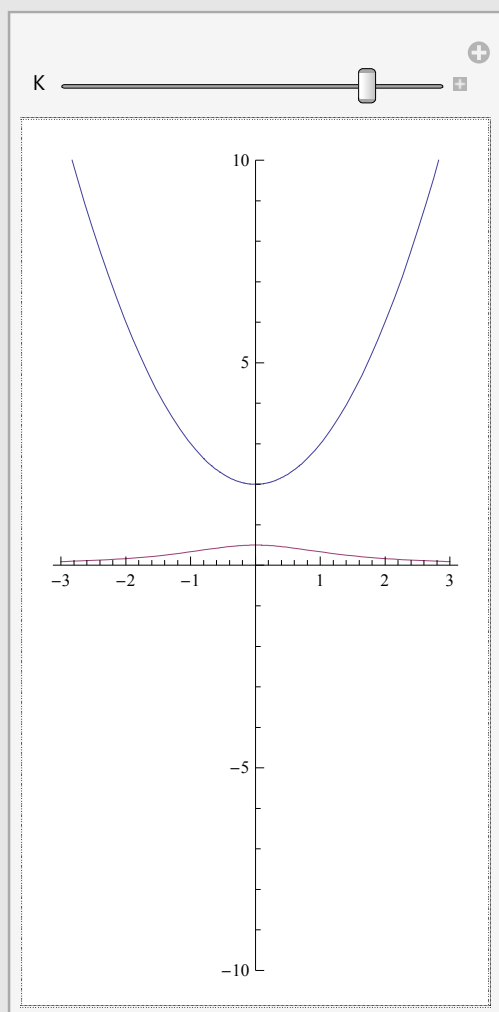


Racionální lomená funkce

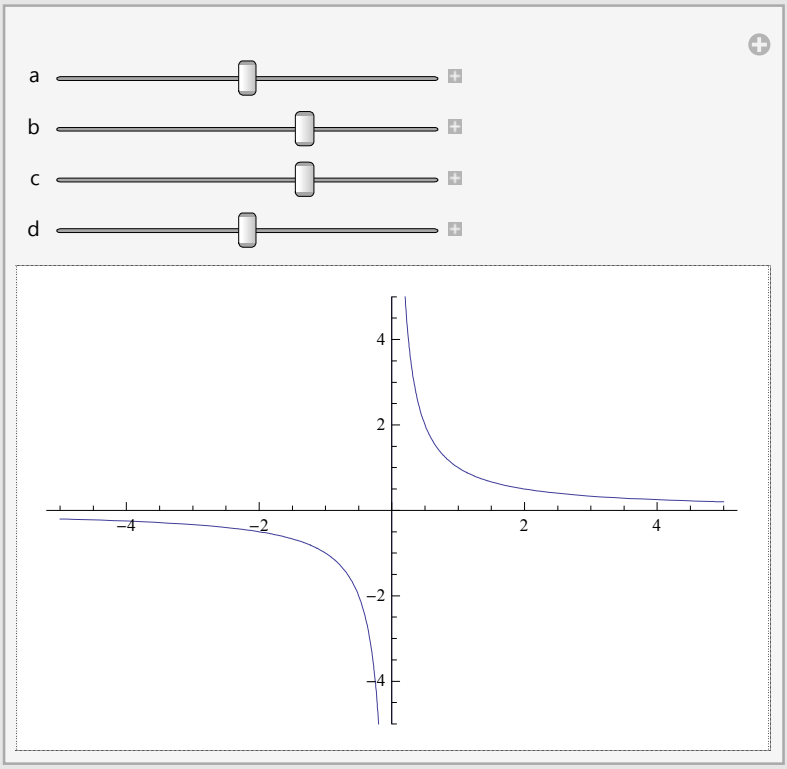
Pozorujte a správně interpretujte :

■ Rychlá vsuvka

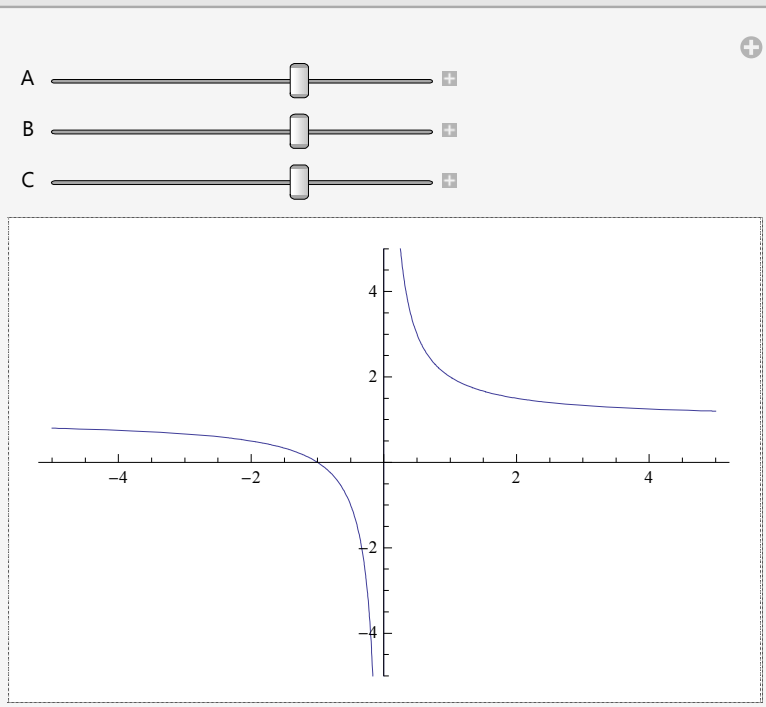
```
Manipulate [Plot [ {  $x^2 + K$ ,  $\frac{1}{x^2 + K}$  }, { x, -3, 3 },  
PlotRange -> {-10, 10}, AspectRatio -> 2 ], {{K, 2}, -3, 3, .1}]
```



```
Manipulate[Plot[ $\frac{a x + b}{c x + d}$ , {x, -5, 5}, PlotRange -> {-5, 5}], {{a, 0}, -3, 3, .5},
  {{b, 1}, -3, 3, .5}, {{c, 1}, -3, 3, .5}, {{d, 0}, -3, 3, .5}]
```



```
Manipulate[Plot[ $\frac{A}{B x} + C$ , {x, -5, 5}, PlotRange -> {-5, 5}],  
{A, 1}, -3, 3, .5], {{B, 1}, -3, 3, .5}, {{C, 1}, -3, 3, .5}]
```



Závěr – otázky

Mathematica rozšiřuje možnosti výuky matematiky (do jaké míry? jakým směrem?)

Jak tento systém používat ve výuce (frontálně? každý samostatně? jen jako nástroj pro přípravu učitele?)

Učit studenty "složitější matematické" konstrukce? (vnořování funkcí? jak hluboko?)

Je *Mathematica* hračka pro jednoho či dva vyvolené ve škole?

Proč mám na své výuce mat. něco měnit, když mi to 20let funguje?

Mám dost počítačů v učebně? (v Norsku zrušili počítačové učebny?!?)

Mathematica a státní maturita (popř. SCIO testy, apod)? Naučím vše tak, aby student prošel tímto "mechanismem"?

