



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt	Amper, SŠ PTA Jihlava - pracoviště tř. Legionářů 3
Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.1009
Číslo sady	06
Číslo vzdělávacího materiálu	01/5
Autor	Ing. Salah Ifrah
Datum vytvoření	15.září 2013
Předmět	Automatické řízení
Téma	Dynamické vlastnosti paralelního řazení systémů
Anotace	Pracovní list je zaměřený hlavně na praktické použití časových a frekvenčních charakteristik při analýze chování lineárního virtuálního regulačního obvodu
Metodický pokyn	Pracovní list s úkoly, vhodný i pro individuální práci, časová náročnost 90 minut
Inovace	Zkvalitnění výuky nasazením digitálních technologií, vyšší názornost a originalita, podpora interakce mezi učitelem a žákem

Dynamické vlastnosti paralelního řazení systémů

Klíčová aktivita: paralelní řazení, časové charakteristiky, frekvenční charakteristiky, stabilita

Cíl:

- analyzovat vlastnosti paralelního řazení pomocí časových a s frekvenčních charakteristik.
- vytvořit jednoduché simulační modely pro paralelní řazení v prostředí Wolfram-Mathematica .

Vstupní znalosti	Kurz automatického řízení: spojitě řízení, bloková algebra
	Pomocné prostředky: - Wolfram-Mathematica - Amper_06_DynVlastnostiParalRazeni_cv.cdf - Kurz automatického řízení
	Činnost: počítačové cvičení, doba řešení: 1,5H

Zadání

Mějme systém popsaný uvedeným obrazovým přenosem :

$$G(s) = \frac{k_1}{1+T_1s} + \frac{k_2}{1+T_2s},$$

Kde :

$k_1 = 1, k_2 = 1$, zesílení systému

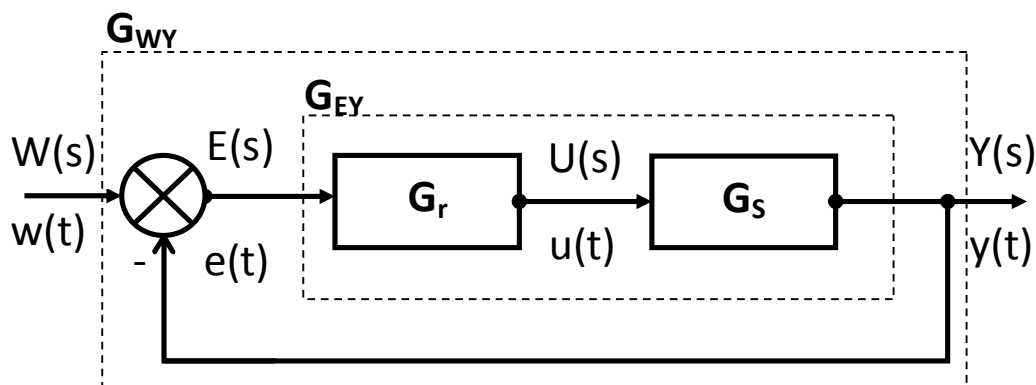
$T_1 = 1, T_2 = 1$, časová konstanta systému

$s = j\omega$, Laplaceův operátor

ω – úhlová frekvence, je definovaná jako změna fáze za jednotku času

Úkoly

1. Nakreslete blokové schéma systému a určete jeho řád.
2. Na základě blokového schématu z bodu 1 napište relaci mezi vstupem a výstupem systému.
3. Proveďte výpočet obrazového přenosu systému G_{wy} a G_{wy} .
4. Nakreslete frekvenční charakteristiku (Nyquitův diagram) systému.
5. Nakreslete amplitudovou a fázovou (Bodého diagram) systému.
6. Nakreslete přechodovou charakteristiku systému.
7. Nakreslete impulsovou charakteristiku systému.
8. Posuďte stabilitu regulačního obvodu na základě jeho přechodové charakteristiky (viz obrázek).
9. Posuďte stabilitu regulačního obvodu na základě jeho frekvenční charakteristiky (viz obrázek).

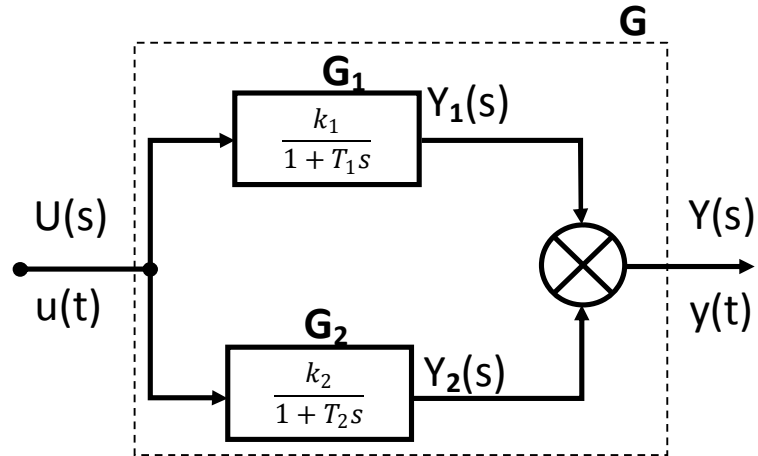


Kde :

$$G_s = G(s) = \frac{1}{1+s} + \frac{1}{1+s}, \quad G_r = 1 \text{ a } G_r = 100$$

1. Blokové schéma a řád systému

Blokové schéma systému G



$$G = G_1 + G_2$$

Řád výsledného systému G

G (s) : výsledný systém je prvního řádu

2. Relace mezi vstupem a výstupem systému G

Laplaceův obraz výstupu Y(s) systému G je

$$G : Y(s) = G(s) * U(s) = \left(\frac{k_1}{1+T_1 s} + \frac{k_2}{1+T_2 s} \right) U(s)$$

3. Výpočet přenosu systému G

In[1]:= `G = TransferFunctionModel [ { {  $\frac{1}{1+s} + \frac{1}{1+s}$  } }, s ]`

Out[1]= $\left(\frac{2}{1+s} \right) \tau$

In[2]:= `Gey = TransferFunctionModel [ { {  $100 \left( \frac{1}{1+s} + \frac{1}{1+s} \right)$  } }, s ]`

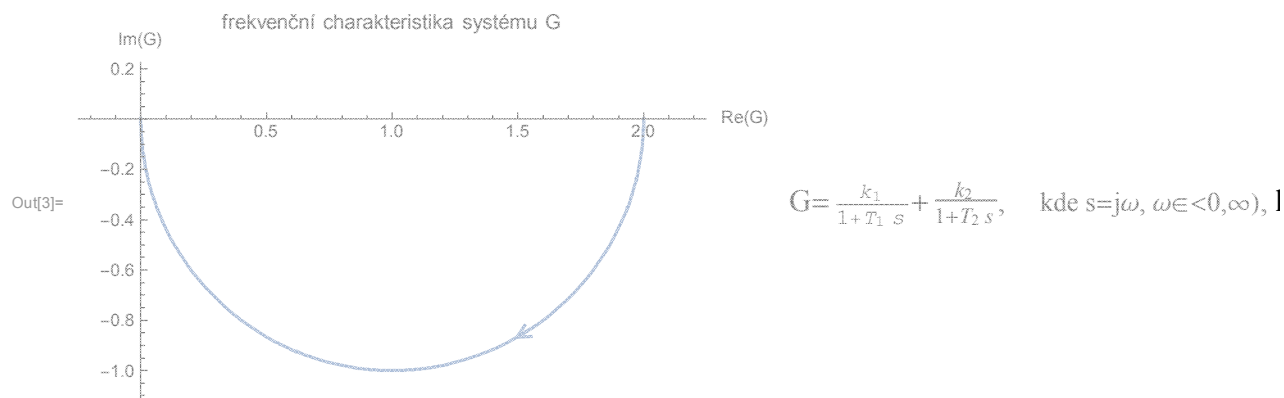
Out[2]= $\left(\frac{200}{1+s} \right) \tau$

4. Nyquitův diagram (frekvenční charakteristika v komplexní rovině) systému G

```

NyquistPlot[G, {ω, 0, ∞},
AxesOrigin → {0, 0}, PlotRange → {{-0.2, 2.2}, {-1.1, 0.2}},
PlotLegends → "G =  $\frac{k_1}{1 + T_1 s} + \frac{k_2}{1 + T_2 s}$ , kde s=jω, ω∈<0,∞), k1=1, k2=1, T1=1, T2=1",
AxesLabel → {Re["G"], Im["G"]},
PlotLabel → "frekvenční charakteristika systému G"]

```

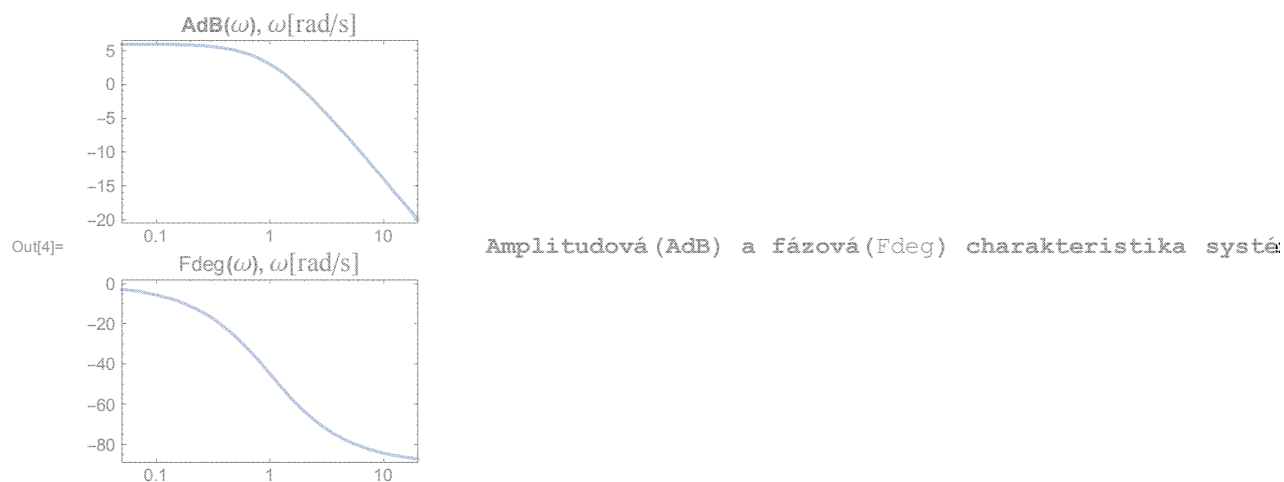


5. Bodého diagram (Amplitudová a fázová charakteristika systému)

```

BodePlot[G, PlotLabel → {"AdB(ω), ω[rad/s]", "Fdeg(ω), ω[rad/s]"},
PlotLegends → "Amplitudová (AdB) a fázová (Fdeg) charakteristika systému
G =  $\frac{k_1}{1 + T_1 s} + \frac{k_2}{1 + T_2 s}$ , kde s=jω, ω∈<0,∞), k1=1, k2=1, T1=1, T2=1"]

```



6. Přechodová charakteristika systému G

```

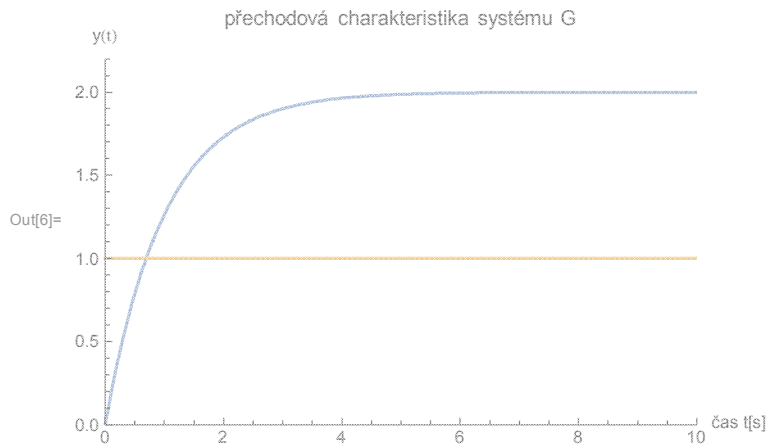
In[5]:= PreChaG = OutputResponse[G, UnitStep[t], t] // Simplify
Out[5]= {2 e-t (-1 + et) UnitStep[t]}

```

```

Plot[{PreChG, UnitStep[t]}, {t, 0, 10},
Exclusions -> none, AxesOrigin -> {0, 0}, PlotRange -> {{0, 10}, {0, 2.2}},
PlotLabel -> "přechodová charakteristika systému G", PlotLegends ->
"     $G = \frac{k_1}{1 + T_1 s} + \frac{k_2}{1 + T_2 s}$ , kde  $s=j\omega$ ,  $\omega \in (0, \infty)$ ,  $k_1=1$ ,  $k_2=1$ ,  $T_1=1$ ,  $T_2=1$ ,  $u(t) = 1(t)$ ",
AxesLabel -> {"čas t[s]", "y(t)"}]

```



$$G = \frac{k_1}{1 + T_1 s} + \frac{k_2}{1 + T_2 s}, \quad \text{kde } s=j\omega, \omega \in (0, \infty)$$

7. Impulsová charakteristika systému G

```

In[7]:= ImpChG = OutputResponse[G, DiracDelta[t], t] // Simplify
Out[7]= {2 e^{-t} HeavisideTheta[t]}

```

```

Plot[{ImpChG, DiracDelta[t]}, {t, 0, 150},
Exclusions -> none, AxesOrigin -> {0, 0}, PlotRange -> {{0, 100}, {0, 0.25}},
PlotLabel -> "impulsová charakteristika systému G",
PlotLegends -> "     $G = \frac{k_1}{1 + T_1 s} + \frac{k_2}{1 + T_2 s}$ , kde  $s=j\omega$ ,  $\omega \in (0, \infty)$ ,  $k_1=1$ ,  $k_2=1$ ,
 $T_1=1$ ,  $T_2=1$ ,  $u(t) = \delta(t)$  je dirákův impuls", AxesLabel -> {"čas t", "y(t)"}]

```



$$G = \frac{k_1}{1 + T_1 s} + \frac{k_2}{1 + T_2 s}, \quad \text{kde } s=j\omega, \omega \in (0, \infty)$$

8. Stabilita systému na základě jeho přechodové charakteristiky

Přechodová charakteristika přenosu otevřené regulační smyčky Gey pro $G_r=1$

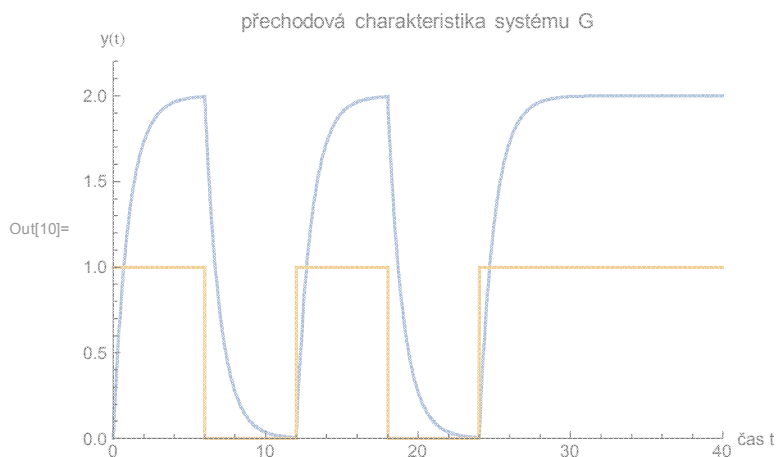
In[9]:=

PreChaGss =

OutputResponse[G, UnitStep[t] - UnitStep[t - 6] + UnitStep[t - 12] -
UnitStep[t - 18] + UnitStep[t - 24], t] // Simplify

$$\text{Out[9]= } \left\{ \begin{array}{ll} 2 e^{-t} (-1 + e^6) & 6 < t \leq 12 \\ 2 e^{-t} (-1 + e^6 - e^{12} + e^{18}) & 18 < t \leq 24 \\ 2 - 2 e^{-t} & 0 \leq t \leq 6 \\ 2 e^{-t} (-1 + e^6 - e^{12} + e^t) & 12 < t \leq 18 \\ 2 e^{-t} (-1 + e^6 - e^{12} + e^{18} - e^{24} + e^t) & t > 24 \\ 0 & \text{True} \end{array} \right\}$$

Plot[{PreChaGss, UnitStep[t] - UnitStep[t - 6] +
UnitStep[t - 12] - UnitStep[t - 18] + UnitStep[t - 24]}, {t, 0, 40},
Exclusions → none, **AxesOrigin** → {0, 0}, **PlotRange** → {{0, 40}, {0, 2.2}},
PlotLabel → "přechodová charakteristika systému G",
PlotLegends → " $G = \text{Gr} \left(\frac{k}{(1+Ts)} + \frac{k}{(1+Ts)} \right)$, kde $s=j\omega$,
 $\omega \in (0, \infty)$, Gr = 1, k = 1, T = 1, $e(t) = 1(t)$ ", **AxesLabel** → {"čas t", "y(t)"}]



$$G = \text{Gr} \left(\frac{k}{(1+Ts)} + \frac{k}{(1+Ts)} \right), \quad \text{kde } s:$$

Přechodová charakteristika přenosu otevřené regulační smyčky Gey pro Gr =100

In[11]:=

PreChaGss100 =

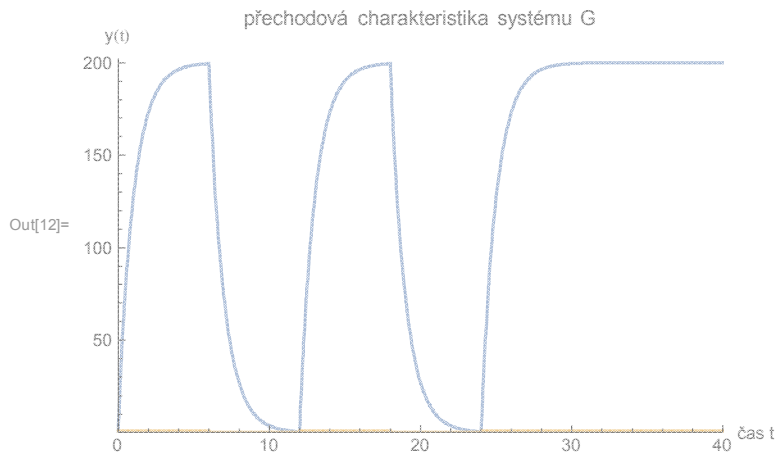
OutputResponse[Gey, UnitStep[t] - UnitStep[t - 6] + UnitStep[t - 12] -
UnitStep[t - 18] + UnitStep[t - 24], t] // Simplify

$$\text{Out[11]= } \left\{ \begin{array}{ll} 200 e^{-t} (-1 + e^6) & 6 < t \leq 12 \\ 200 e^{-t} (-1 + e^6 - e^{12} + e^{18}) & 18 < t \leq 24 \\ 200 - 200 e^{-t} & 0 \leq t \leq 6 \\ 200 e^{-t} (-1 + e^6 - e^{12} + e^t) & 12 < t \leq 18 \\ 200 e^{-t} (-1 + e^6 - e^{12} + e^{18} - e^{24} + e^t) & t > 24 \\ 0 & \text{True} \end{array} \right\}$$

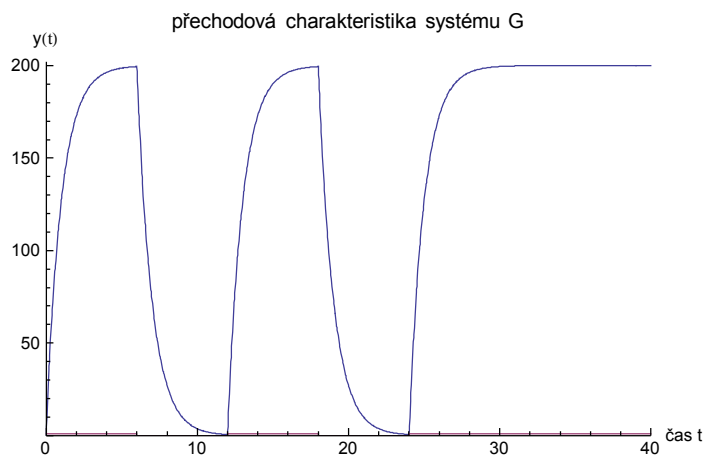
```

Plot[{PreChaGss100, UnitStep[t] - UnitStep[t - 6] +
UnitStep[t - 12] - UnitStep[t - 18] + UnitStep[t - 24]}, {t, 0, 40},
Exclusions -> none, AxesOrigin -> {0, 0}, PlotRange -> {{0, 40}, {0, 202.2}},
PlotLabel -> "přechodová charakteristika systému G",
PlotLegends -> "  G = Gr(  $\frac{k}{(1+Ts)}$  +  $\frac{k}{(1+Ts)}$  ),   kde s=jω, ω∈<0,∞),
Gr = 100, k = 1, T = 1,  e(t) = 1(t)", AxesLabel -> {"čas t", "y(t)"}]

```



$$G = Gr \left(\frac{k}{(1+Ts)} + \frac{k}{(1+Ts)} \right), \quad \text{kde } s:$$



$$G = Gr \left(\frac{k}{(1+Ts)} + \frac{k}{(1+Ts)} \right), \quad \text{kde } s:$$

Stabilita je schopnost systému vrátit se do ústaleného stavu ($t \rightarrow \infty$) po odeznění vstupního signálu, jak je patrné z výše uvedené přechodové charakteristiky (viz obrázek), kdy má statické zesílení

- hodnotu 2 pro $e(t) = 1(t)$,
- hodnotu 200 pro $e(t) = 1(t)$.

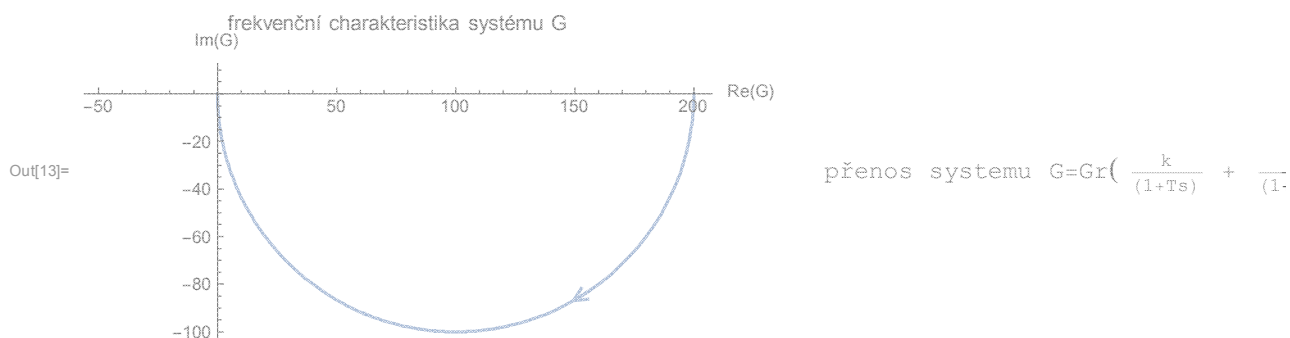
9. Stabilita systému na základě jeho frekvenční charakteristiky

Frekvenční charakteristika přenosu otevřené regulační smyčky Gey pro $Gr = 100$

```

NyquistPlot[Gey, {ω, 0, ∞}, AxesOrigin → {0, 0},
PlotRange → {{-50.8, 202.6}, {-100.6, 10.6}},
PlotLegends → " přenos systemu  $G=Gr\left(\frac{k}{(1+Ts)} + \frac{k}{(1+Ts)}\right)$ , kde  $s=j\omega$ ,
 $\omega \in (0, \infty)$ ,  $Gr = 100$ ,  $k = 1$ ,  $T = 1$  ", AxesLabel → {Re["G"], Im["G"]},
PlotLabel → "frekvenční charakteristika systému G"]

```



Z grafického průběhu Nyquistovy křivky je zřejmé, že zadaný systém je **stabilní**, jelikož křivka otevřeného regulačního obvodu **neobklopuje bod $[-1, j0]$** .

Prameny a literatura

Všechny uveřejněné odkazy

- Interní studijní materiál školy a firemní dokumentace software **Wolfram-Mathematica**.

Materiál je určen pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.

Všechna neocitovaná autorská díla jsou dílem autora.

Všechny neocitované obrázky jsou součástí prostředků výukového software **Microsoft office 2007**.