

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ .1 .07/1.1 .36/02.0066
Autor	Ladislav Kašpárek
Předmět	Programování a vývoj aplikací
Téma	Eratosthenovo síto
Metodický pokyn	výkladový text s ukázkami

Eratosthenovo síto

Problém

Vstup: Máte zadáno kladné celé číslo.

Úkol: Máte najít algoritmus, který řekne najde všechna prvočísla do tohoto čísla.

Co je to prvočíslo?

Prvočíslo je přirozené číslo, které je beze zbytku dělitelné právě dvěma různými přirozenými čísly, a to číslem jedna a sebou samým. Čili číslo 1, není prvočíslo.

Co nás zajímá?

U algoritmů nás zajímá jejich složitost. Čili jak roste výpočetní čas (doba trvání algoritmu), když zvyšují požadavky (rozsah vstupních dat).

Složitost řazení se zapisuje jako funkce, která nám říká, kolik musíme udělat elementárních operací nad zadanými daty, abychom mohli uživateli s jistotou říci, že zadané číslo je nebo není prvočíslo.

V předchozí prezentaci jsme si ukázali řešení pro jedno číslo. To by samozřejmě šlo použít, tak že bychom každé číslo v zadaném rozsahu otestovali na prvočíselnost. Ale to by bylo pomalé. Máme k dispozici rychlejší algoritmus.

Eratosthenovo síto

Základní myšlenka:

Vytvořím pole booleanů o zadaném rozsahu. U všech nastavím hodnotu na true (všechny jsou prvočísla). Poté pole procházím a když najdu prvek, který má hodnotu true, pak je to prvočíslo a spustím další cyklus, který vyškrtá všechny násobky tohoto čísla od dvojnásobku až do zadaného rozsahu.

Kód:

```

public static boolean[] sieveOfEratosthenes(int n) {
    boolean[] sito = new boolean[n];
    for (int i = 2; i < sito.length; i++) {
        sito[i] = true;
    }
    for (int i = 2; i < n; i++) {
        if(sito[i] == true) {
            System.out.format("Cislo: %d JE prvocislo\n", i);
            for (int j = 2; i*j < n; j++) {
                sito[i*j] = false;
            }
        }
    }
    return sito;
}

```

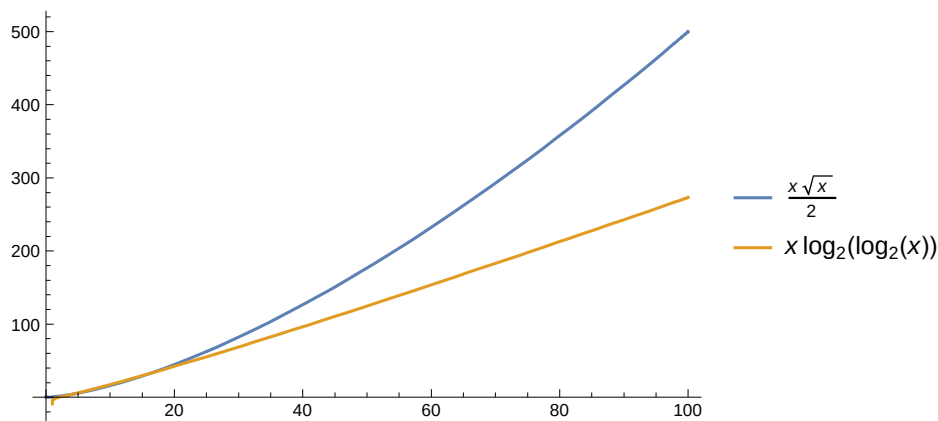
Složitost:

Asymptotická složitost je: $n \cdot \log_2(\log_2(n))$

Závěrečné porovnání

Porovnejme složitost tohoto přístupu vůči poloviční odmocniné hrubé síle, která ale musí být spuštěna x krát:

Plot $\left[\left\{ x \cdot \frac{\sqrt{x}}{2}, x \cdot \text{Log2}[\text{Log2}[x]] \right\}, \{x, 0, 100\}, \text{PlotLegends} \rightarrow \text{"Expressions"} \right]$



Závěrečné porovnání

Jak je vidět ze závěrečného grafu, na hledání prvočísel v zadaném rozsahu je Eratosthenovo síto rychlejší.

Zdroje

<http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/Plot.html>