

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ .1 .07/1.1 .36/02.0066
Autor	Pavel Florík
Předmět	Mechanika
Téma	Složená namáhání normálová : Tah (tlak) a ohyb 2
Metodický pokyn	výkladový text s ukázkami

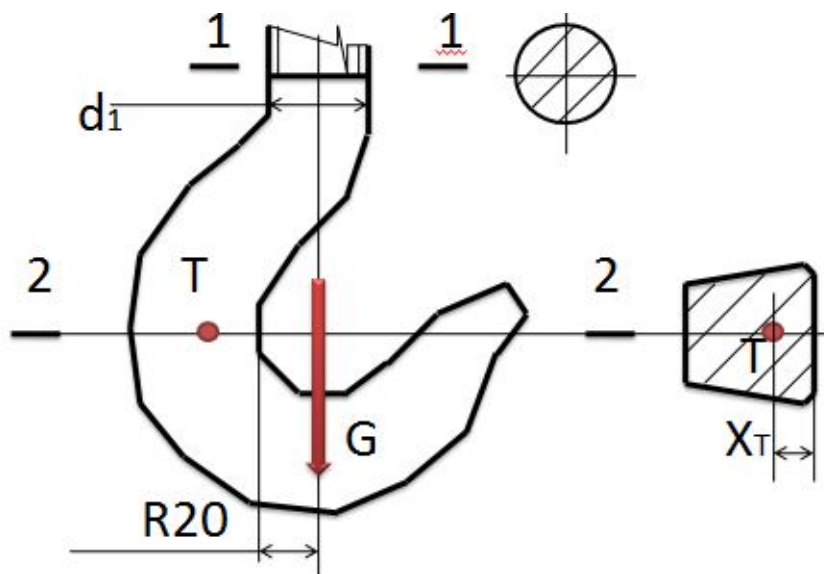
Namáhání v tahu a ohybu

Příklad č. 2

Provedte kontrolu jeřábového háku, který přenáší zatížení o maximální hmotnosti $m = 4t$. Hák je zhotoven z oceli 12010

zápustkovým kováním, $\sigma_{Do} = 105 \text{ Mpa}$. První část háku opatřená závitem má kruhový průřez **1-1**, druhá v kritickém místě má průřez podle obrázku **2**. Ostatní rozměry háku jsou dány obr. 1. Bezpečnost háku je dána ČSN : $k = 4$. Zatížení budeme považovat za míjivé. V tomto případě je průřez **2-2** pro jednoduchost mírně idealizován.

obr.1



Rozbor řešení:

Jedná se o ukázkou výpočtu součástí na kombinované normálové zatížení, s nímž se v praxi opět velmi často setkáváme.

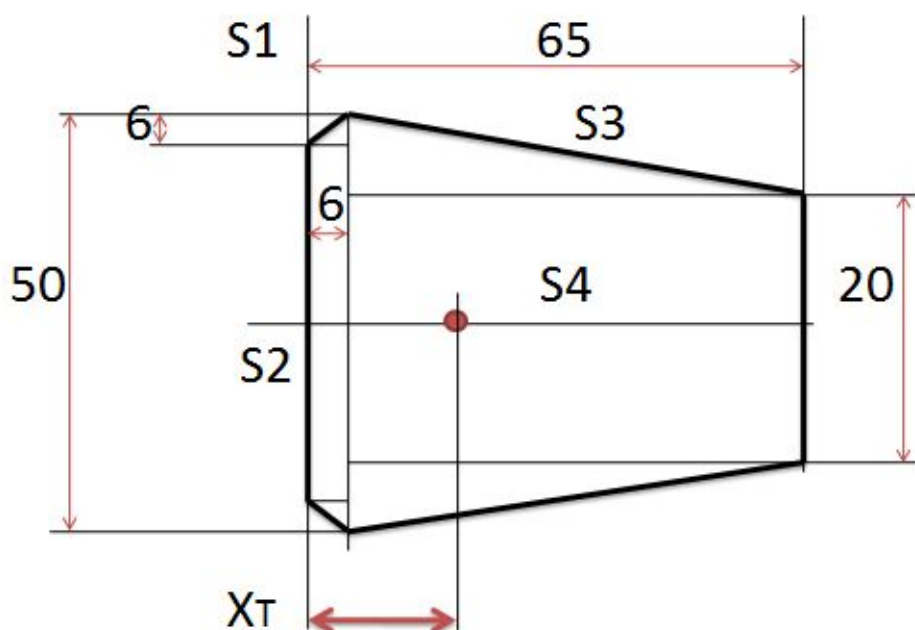
Hák je zatížen silou, která jej namáhá v průřezu **2-2** na excentrický tah. Průřez **1-1** je namáhán pouze tahem. Nebezpečný průřez je nejdále od zatěžující síly. Tento výpočet je kontrolní, jelikož rozměry háku jsou známy.

Řešení:

1. Určíme nebezpečný průřez a jeho těžiště.
2. Vypočteme kvadratický moment průřezu a modul průřezu v ohybu.
3. Vypočteme velikost napětí v tahu pro průřez **1-1** v ohybu a v tahu pro průřez **2-2**.
4. Vypočteme výsledné napětí a porovnáme jej s dovolenými hodnotami.
5. Nakreslíme si průběh napětí a určíme polohu neutrální osy.

ad 1: Určení nebezpečného průřezu a těžiště.

Pro výpočet háku se považují za nebezpečné průřezy: **1-1** a **2-2** viz obr.1. Průřez **1-1** je kruhový, počítá se na tah, tam není žádný záludný problém. U průřezu **2-2** tomu tak není, zde jsme nuceni určit jeho modul průřezu a k tomu potřebujeme vypočítat kvadratický moment průřezu a polohu těžiště. viz. obr. 2 a obr. 3

obr.2

$$S_1 = \frac{6 \cdot 6}{2} // N$$

$$S_1 = 18.$$

$$S_2 = \frac{59 \cdot 10}{2}$$

$$S_2 = 295$$

$$S_3 = 6 \cdot 28$$

$$S_3 = 168$$

$$S_4 = 20 * 59$$

$$S_4 = 1180$$

$$S_1 = 12.5; S_2 = 300; S_3 = 168; S_4 = 1180$$

$$1180$$

$$S_C = 2 * S_1 + 2 * S_2 + S_3 + S_4$$

$$S_C = 1974$$

$$S_1 = 18; S_2 = 295; S_3 = 168; S_4 = 1180; S_C = 1974; X_1 = 4; X_2 = 25.6; X_3 = 3; X_4 = 32.5$$

$$32.5$$

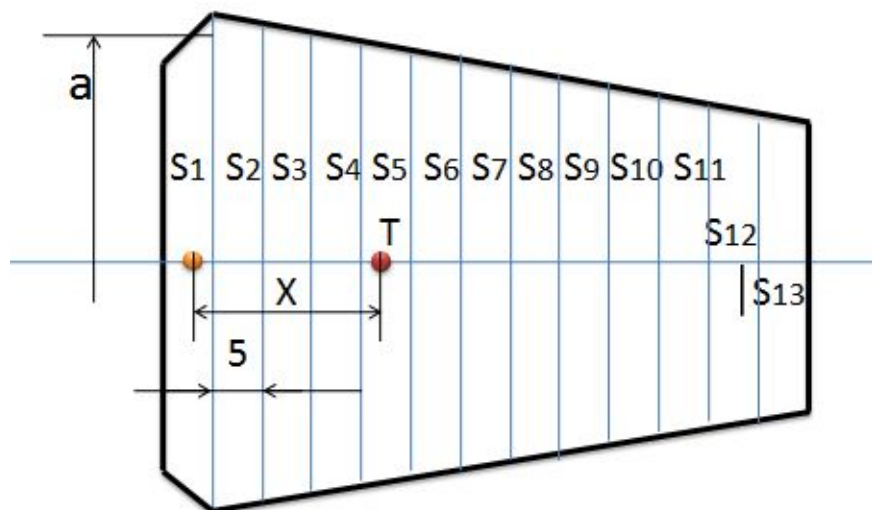
$$X_T = \frac{2 * S_1 * X_1 + 2 * S_2 * X_2 + S_3 * X_3 + S_4 * X_4}{S_C}$$

$$X_T = 27.4073$$

ad 2: Výpočet kvadratického modulu průřezu J_y a modulu průřezu v ohybu W_{oy} (podle ČSN 270102).

Rozdělíme si průřez na obdélníkové proužky po 5mm, určíme jejich plochu (S_1 až S_{13} : šířku 5 mm násobíme výškou středové osy obdélníčka : “ $a_1 - a_{13}$ “viz. ftab) a vzdálenost dílčích těžišť od centrálního: “ X_1 až X_{13} ”, plochu dílku vynásobíme čtvercem vzdálenosti a výsledky sečteme. Tím získáme **J_y** . Na obr.3 nejsou přirozeně kvůli přehlednosti kótovány všechny vzdálenosti “ X ” a “ a ”, jsou zadány ve výpočtu pomocí příkazu “ ftab”. Nejlepší je vycházet z grafického znázornění průřezu.

obr.3



$$S_1 = 34 * 5$$

$$170$$

$$ftab = Table[a, \{a, 21, 39, 1.6\}]$$

$$\{21., 22.6, 24.2, 25.8, 27.4, 29., 30.6, 32.2, 33.8, 35.4, 37., 38.6\}$$

```
rovnice = Table[{a, {S == a * 5}}, {a, ftab}]
{{21., {S == 105.}}, {22.6, {S == 113.}}, {24.2, {S == 121.}}, {25.8, {S == 129.}},
 {27.4, {S == 137.}}, {29., {S == 145.}}, {30.6, {S == 153.}}, {32.2, {S == 161.}},
 {33.8, {S == 169.}}, {35.4, {S == 177.}}, {37., {S == 185.}}, {38.6, {S == 193.}}}
```

```
ftab = Table[X, {X, 4.9, 24.9, 5}]
```

```
{4.9, 9.9, 14.9, 19.9, 24.9}
```

```
ftab = Table[X, {X, 0.1, 35.1, 5}]
```

```
{0.1, 5.1, 10.1, 15.1, 20.1, 25.1, 30.1, 35.1}
```

Pozor !!! $X_6 = 0.1$ a viz obr.

Výpočet J_y a Woy

$S_1 = 170$; $X_1 = 24.9$; $S_2 = 193$; $X_2 = 19.9$; $S_3 = 185$; $X_3 = 14.9$; $S_4 = 177$;

$X_4 = 9.9$; $S_5 = 169$; $X_5 = 4.9$; $S_6 = 161$; $X_6 = 0.1$; $S_7 = 153$; $X_7 = 5.1$;

$S_8 = 145$; $X_8 = 10.1$; $S_9 = 137$; $X_9 = 15.1$; $S_{10} = 129$; $X_{10} = 20.1$;

$S_{11} = 121$; $X_{11} = 25.1$; $S_{12} = 113$; $X_{12} = 30.1$; $S_{13} = 105$; $X_{13} = 35.1$

35.1

```
 $J_y == \text{Total}[\text{Table}[S_n * X_n^2, \{n, 1, 13\}]]$ 
```

$J_y == 654\,408.$

Anebo:

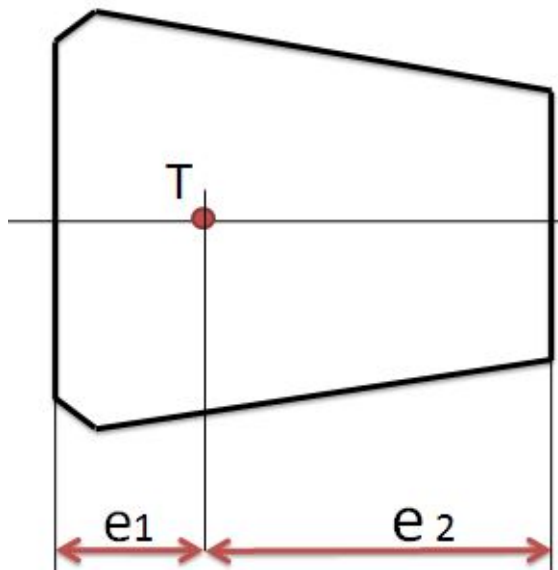
$$J_y == \sum_{n=1}^{13} S_n * X_n^2$$

$J_y == 654\,408.$

J_y má hodnotu $654\,408 \text{ mm}^4$

Určení Woy: k výpočtu Woy potřebujeme znát vzdálenost krajních vláken průřezu k těžišťové ose a z obr.4 tedy vyplývá, že $e_1 = 27,4 \text{ mm}$ a $e_2 = 37,6 \text{ mm}$.

obr.4



$$e_1 = 27.4; e_2 = 37.6; J_y = 654\,408$$

$$654\,408$$

$$W_{oy1} = \frac{J_y}{e_1} // N$$

$$23\,883.5$$

$$W_{oy2} = \frac{J_y}{e_2} // N$$

$$17\,404.5$$

$$W_{oy1} = 23883,5 \text{ mm}^3 \text{ a } W_{oy2} = 17404,5 \text{ mm}^3$$

ad 3: Výpočet tahového napětí pro průřez : 1-1 a 2-2

$$d_1 = 40; G = 40\,000; \sigma_{Dt} = 120$$

$$120$$

$$40\,000$$

$$\sigma_{t1-1} = \frac{G * 4}{\pi * d_1^2} // N$$

$$31.831$$

$$S_c = 1974;$$

$$\sigma_{t2-2} = \frac{G}{S_c} // N$$

$$20.2634$$

Napětí **v tahu** je v průřezu **1-1**: $\sigma_{t1-1} = 39,8 \text{ MPa}$ a v průřezu **2-2**: $\sigma_{t2-2} = 25,3 \text{ MPa}$.

Napětí v průřezu **1-1** je výrazně pod dovolenou hodnotou, takže průřez **1-1** vyhovuje. Nevadí nám

ani oslabení průřezu závitem, jeho hodnotu stejně neznáme. Viz. kontrolní výpočet minimálního průměru.

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{4 * G}{\pi * \sigma_{Dt}}} // N$$

$$d_{\min} = 20.6013 \text{ mm}$$

ad 4: Výpočet výsledného napětí v průřezu : 2-2

průřez **2-2** je ještě namáhán ohybovým napětím vyvolaným momentem $M_o = G.r$; ($r = R + X_T$).

$$W_{oy1} = 23\,883.5; r = 47.4; G = 40\,000; W_{oy2} = 17\,404.5$$

$$17\,404.5$$

$$\sigma_{o1} = \frac{G * r}{W_{oy1}} // N$$

$$79.3853$$

$$\sigma_{o2} = - \frac{G * r}{W_{oy2}} // N$$

$$108.937$$

Nyní musíme vypočítat velikost celkového napětí a to tak, že dílčí napětí v tahu a ohybu sečteme.

$$\sigma_{o1} = 79.38534971842486; \sigma_{o2} = -108.93734379039904; \sigma_{t2-2} = 20.26342451874367$$

$$20.2634$$

$$\sigma_1 = \sigma_{o1} + \sigma_{t2-2}$$

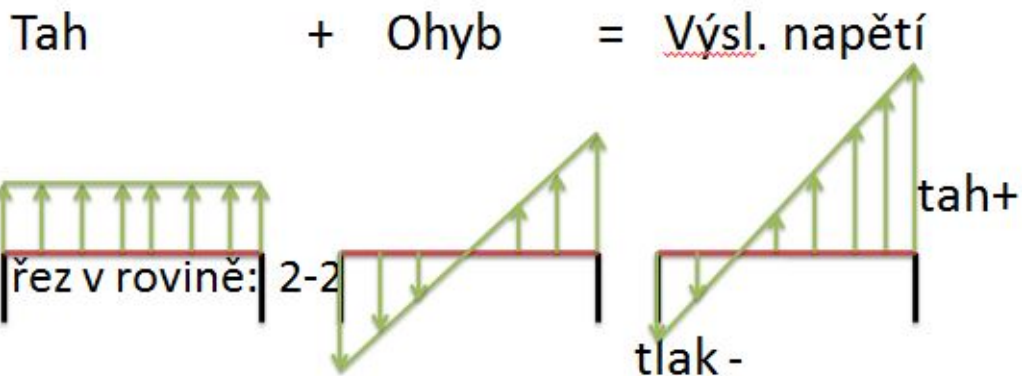
$$99.6488$$

$$\sigma_2 = \sigma_{o2} + \sigma_{t2-2}$$

$$-88.6739$$

Výsledné tahové napětí **σ_1** = 99,65 MPa; výsledné tlakové napětí **σ_2** = - 88,7 MPa. Grafické znázornění výsledného napětí vidíme na obrázku. Protože jsou tyto hodnoty nižší než dovolené napětí, hák vyhovuje.

ad .5 :Grafický průběh napětí v kritických průřezích.



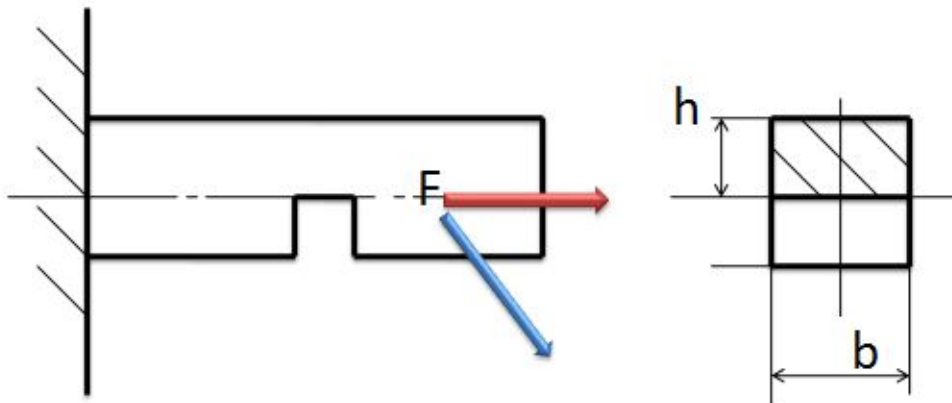
Závěr:

Je zřejmé, že hák je namáhán v kritickém průřezu téměř na hranici dovoleného napětí, ovšem s bezpečností 4! Celkově tedy kontrolovaný hák vyhovuje v obou průřezech s dostatečnou bezpečností.

Příklad k procvičení:

Táhlo čtvercového průřezu s vybráním je zatíženo osovou silou $F = 7800 \text{ N}$. Stanovte velikost strany "b" průřezu je- li

$\sigma_{Dt} = \sigma_{Dd} = 95 \text{ Mpa}$. Dále vypočtete velikosti napětí v krajních vláknech průřezu σ_1 a σ_2 v závislosti na sklonu síly F jež se mění od 0° do 90° v krocích po 10° . Tento průběh znázorníte graficky.



Zdroje

Mechanika II Pružnost & pevnost L.Mrňák- A.Drdla SNTL Praha 1978
Strojnické tabulky Vávra a kol.

