

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ .1 .07/1.1 .36/02.0066
Autor	Pavel Florík
Předmět	Mechanika
Téma	Složená namáhání normálová : Krut a ohyb kruhových hřídelů
Metodický pokyn	výkladový text s ukázkami

Ohyb a krut kruhových hřídelů

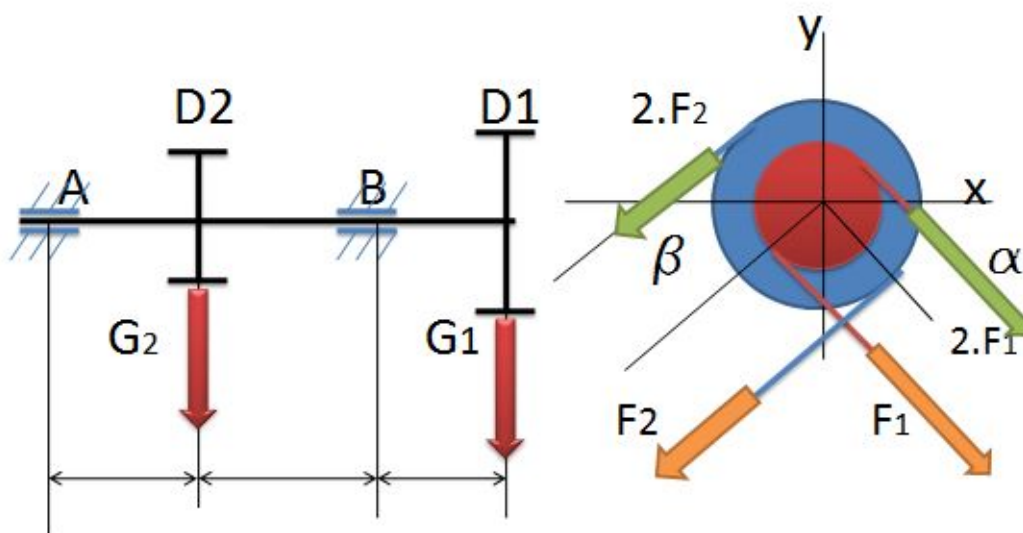
Příklad č.2

Navrhněte průměr hnacího hřídele brusky s dvěma řemenicemi podle obrázku. Na hřídeli jsou naklínovány dvě řemenice o hmotnostech: řemenice o průměru $D_1 = 480 \text{ mm}$; $m_1 = 42 \text{ kg}$ a řemenice s průměrem $D_2 = 180 \text{ mm}$; $m_2 = 21 \text{ kg}$.

Přenos M_k je zajištěn plochými koženými řemeny. Jejichž pásy jsou rovnoběžné a s vodorovnou rovinou svírají úhly:

$\alpha = 35^\circ$ a $\beta = 55^\circ$. Hnací řemenice D_1 je poháněna elektromotorem AP 132 M-6 o výkonu 5,5 kW . Hřídel navrhněte podle teorie HMM - 5-tá teorie. Materiál hřídele je : ocel 11600 a jeho namáhání v krutu je míjivé. $\sigma_{D0} = 105 \text{ MPa}$.

Ostatní rozměry viz. obrázek.



Rozbor řešení:

Jedná se opět o ukázkou výpočtu hřídele na kombinované namáhání.

Hřídel je namáhán prostorovou soustavou sil na ohyb a na krut. Smyková napětí při ohybu zanedbáme .

Při výpočtu budeme řešit silové namáhání v každé rovině zvlášť a výsledný ohybový moment vypočteme pomocí Pythagorovy věty. Ohyb je ve III.-tím (vždy) a krut ve II.způsobu namáhání, k čemuž musíme přihlídnout při určení Bachova opravného součinitele.

Řešení:

1. Vypočteme velikost M_k , pomocí P a n
2. Vypočteme velikost obvodových sil na jednotlivých řemenicích z vypočteného M_k a protože se jedná o řemenový převod **nesmíme zapomenout na to že, v zatížených částech pásu je síla dvakrát větší, nežli v části odlehčené !**
3. V rovinách yz a xy vypočteme velikost dílčích reakčních sil a velikosti maximálních ohybových momentů v těchto rovinách.
4. Vypočteme celkové ohybové momenty v bodech 1 a 2 - zjistíme M_{max} .
5. Vypočteme velikost M_{red} a z něho průměr hřídele.

ad 1: Velikost kroutícího momentu M_k : (otáčky zjistíme dle typu motoru v ST; $n = 950 / \text{min}$)
otáčky za sekundu a výkon ve wattech !

$$P = 5500; \quad n = 950 / 60$$

$$\frac{95}{6}$$

$$M_k = \frac{P}{2 \cdot n \cdot \pi} // N$$

$$M_k = 55.2854$$

Pozor !!! na tomto místě udělá většina žáků chybu, protože zapomene převést hodnotu M_k z $N.m$ na $N.mm$!!!

$$\text{Tedy } M_k = 55285,4 \text{ N.mm}$$

ad 2: Velikost obvodových sil : vyplývající z velikosti M_k

$$M_k = 55285,4; \quad D_1 = 480; \quad D_2 = 180$$

$$180$$

$$F_1 = \frac{2 M_k}{D_1} // N$$

$$230.356$$

$$F_2 = \frac{2 M_k}{D_2} // N$$

$$614.282$$

Síla $F_1 = 230.4 \text{ N}$ a síla $F_2 = 614.3 \text{ N}$

Velikost skutečných sil zatěžujících hřídel:

Výsledná síla se složí ze všech sil, které působí ve stejném směru tedy: $3 \times F_1$; $3 \times F_2$

$$F_{V1} = 3 \times F_1$$

$$691.068$$

$$F_{V2} = 3 \times F_2$$

$$1842.85$$

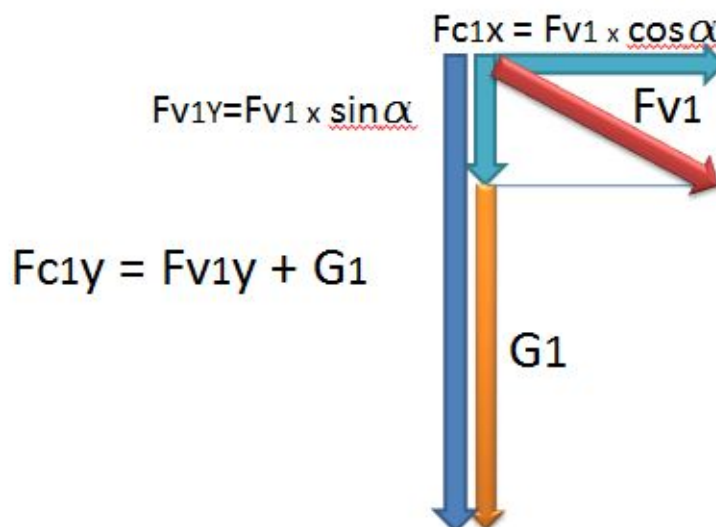
Hřídel je zatížena šikmými silami $F_{V1} = 691 \text{ N}$ a $F_{V2} = 1843 \text{ N}$

Síla $F_{V1} = 691 \text{ N}$ a síla $F_{V2} = 1843 \text{ N}$

ad 3: Výpočet velikosti reakčních sil a dílčích ohybových momentů pro roviny yz a xy

Nejprve si musíme rozložit šikmé zatěžující síly do směrů “x a y”, tedy svisle a vodorovně !!!

Dále musíme připočíst pro svislé zatížení velikost tíhových sil G_1 a G_2 od hmotnosti řemenic.



Svislé zatížení hřídele - osa “y”:

`ClearAll[FV1; FV2; G1; G2; α; β]`

$F_{V1} = 691$; $F_{V2} = 1843$; $G_1 = 420$; $G_2 = 210$; $\alpha = 35^\circ$; $\beta = 55^\circ$

55°

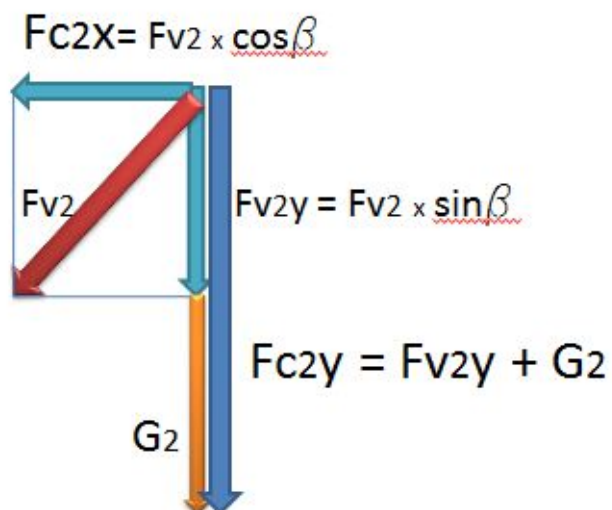
$F_{C1y} = G_1 + F_{V1} \times \sin[\alpha] \text{ // N}$

816.341

$F_{C2y} = G_2 + F_{V2} \times \sin[\beta] \text{ // N}$

1719.7

Vodorovné zatížení hřídele - osa "x":



$$F_{c1x} = F_{v1} \cdot \cos[\alpha] \quad // \quad N$$

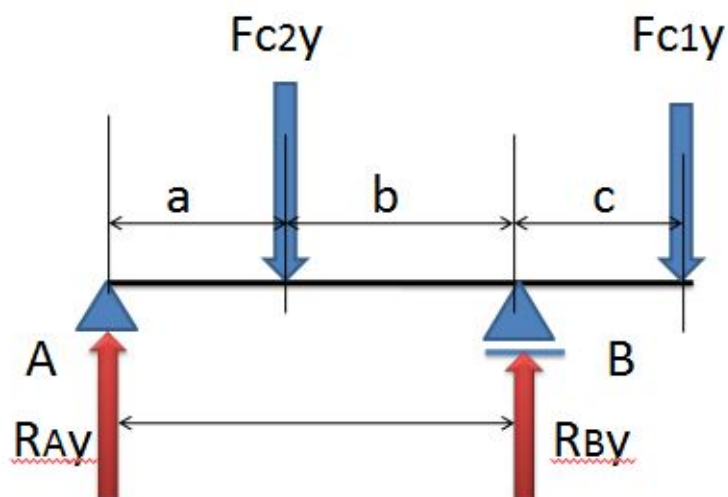
$$566.034$$

$$F_{c2x} = F_{v2} \cdot \cos[\beta] \quad // \quad N$$

$$1057.1$$

Reakční síly ve svislé rovině "y-z"

Rovina „y-z“



$$\sum F_Y = 0; R_{AY} - F_{c1y} - F_{c2y} + R_{BY} = 0$$

$$\sum M_{(A)} = 0; F_{c1y} \cdot (a + b + c) - R_{BY} \cdot (a + b) + F_{c2y} \cdot a = 0$$

```
ClearAll[a; b; c; Fc1x; Fc2x; Fc1y; Fc2y]
```

```
a = 380;
```

```
b = 250;
```

```
c = 150;
```

```
Fc1x = 566.0340626036933`;
```

```
Fc2x = 1057.1013721949778`;
```

```
Fc1y = 816.3413175185729`;
```

```
Fc2y = 1719.697217624612`
```

```
1719.7
```

```
2677.29`
```

```
2677.29
```

```
Solve[{RAY - FC1Y - FC2Y + RBY == 0}, {RAY}] // N
```

```
{}
```

```
Solve[
```

```
{RAY - FC1Y - FC2Y + RBY == 0, FC1Y * (a + b + c) - RBY * (a + b) + FC2Y * a == 0}, {RBY, RAY}] // N
```

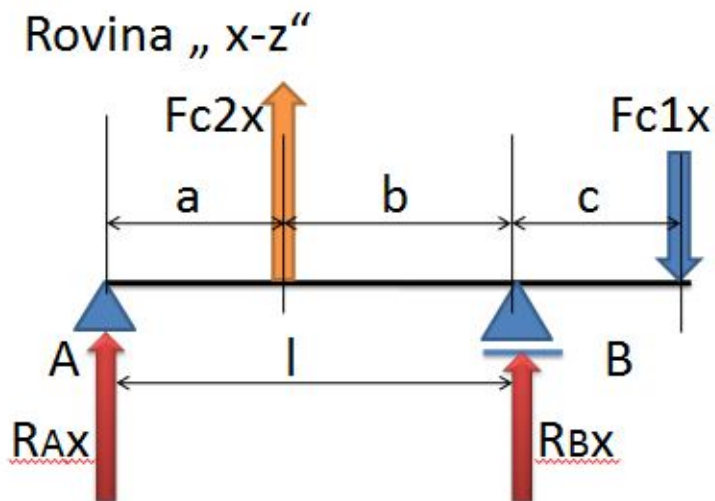
```
{{RBY → 2047.99, RAY → 488.053}}
```

```
{{RBY → 2047.9859847013324`, RAY → 488.05255044185265`}}
```

```
{{RBY → 2047.99, RAY → 488.053}}
```

Reakce v rovině **y-z** : $R_{BY} = 2048 \text{ N}$; $R_{AY} = 488 \text{ N}$

Reakce ve vodorovné rovině “x-z” :



```
Solve[{RAX + RBX + FC2X - FC1X == 0}, {RAX}] // N
```

```
Solve[
```

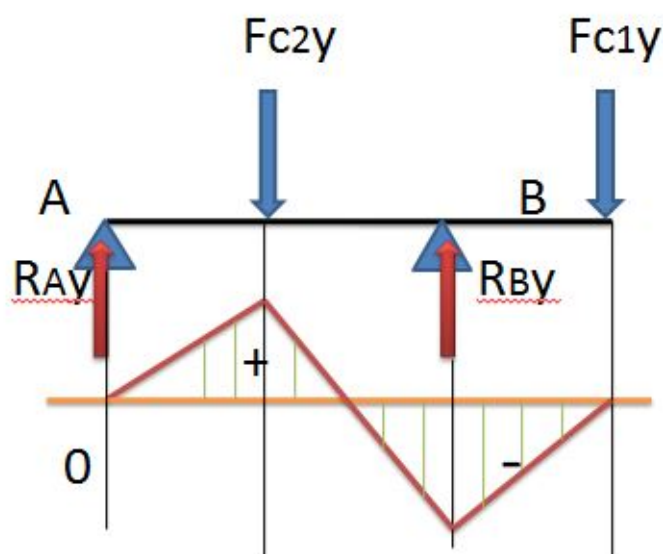
```
{RAX + RBX + FC2X - FC1X == 0, RBX * (a + b) + FC1X * (a + b + c) - FC2X * a == 0}, {RBX, RAX}] // N
```

```
{RAX → -491.067 - 1. RBX}
```

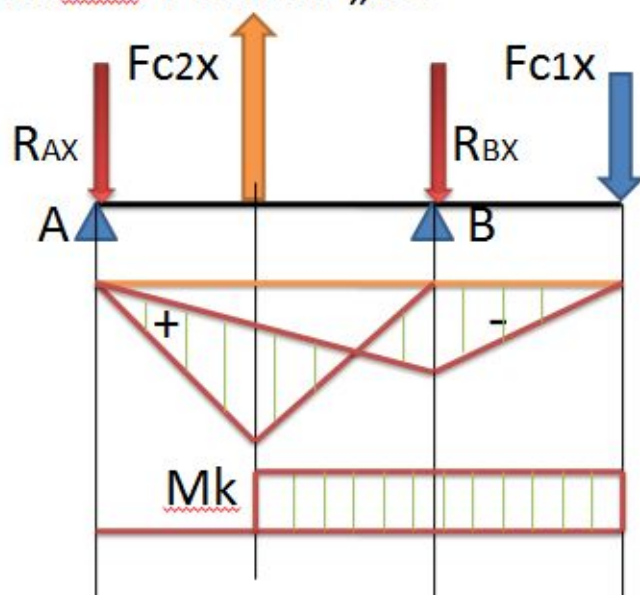
```
{RBX → -63.1874, RAX → -427.88}
```

Reakce v rovině **x-z**: $R_{AX} = -429 \text{ N}$; $R_{BX} = -63,2 \text{ N}$

Průběh M_o v rovině „y-z“



Průběh M_o v rovině „x-z“



Výsledné reakční síly v podpěrách A a B a celkové síly F_{C1} a F_{C2}

Získáme pomocí Pythagorovy věty:

$R_{AX} = -427.87993277098406$; $R_{AY} = 488.05255044185265$;
 $R_{BX} = -63.18737682030039$; $R_{BY} = 2047.9859847013324$; $F_{C1X} = 566.0340626036933$;
 $F_{C2X} = -1057.1013721949778$; $F_{C1Y} = 816.3413175185729$; $F_{C2Y} = 1719.697217624612$
 1719.7

$$R_A = \sqrt{R_{AX}^2 + R_{AY}^2}$$

$$R_A = 649.058$$

$$R_B = \sqrt{R_{BY}^2 + R_{BX}^2}$$

$$R_B = 2048.96$$

$$F_{C1} = \sqrt{F_{C1X}^2 + F_{C1Y}^2}$$

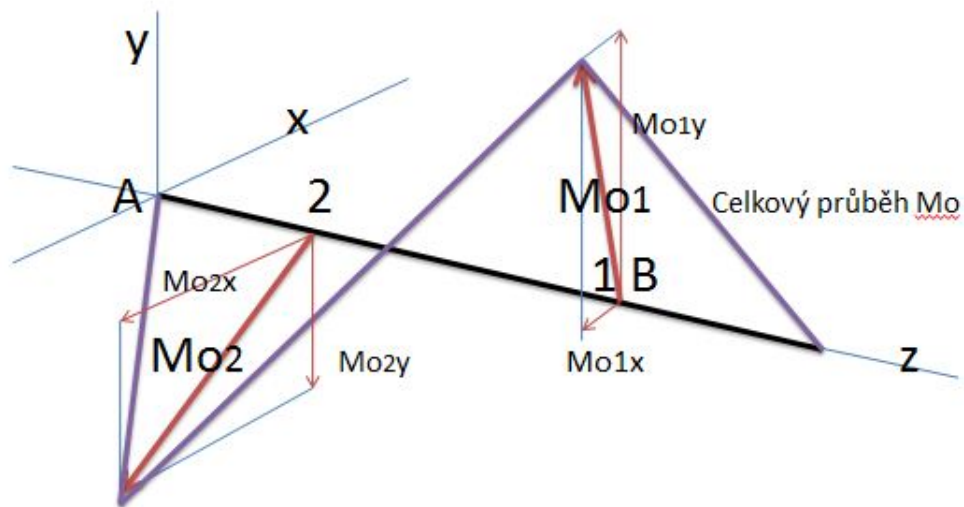
$$F_{C1} = 993.382$$

$$F_{C2} = \sqrt{F_{C2X}^2 + F_{C2Y}^2}$$

$$F_{C2} = 2018.62$$

ad 4: Výsledné maximální ohybové momenty:

Prostorový průběh M_o



$R_A = 649.0581860364284$; $R_B = 2048.9605262480086$; $a = 380$; $b = 250$;
 $c = 150$; $F_{C1} = 993.3819540919802$; $F_{C2} = 2018.6187929875064$
 2018.62

$$M_{O1} = R_A \cdot a$$

$$246\,642.$$

$$M_{O2} = F_{C1} \cdot c$$

$$149\,007.$$

ad 5: Výpočet Mored a průměru hřídele.

$\alpha_B = 0.65$; $M_{O1} = 246642.1106938428$; $M_k = 55\,285.4$; $\sigma_{Do} = 105$;

$$M_{ored} = \sqrt{M_{o1}^2 + 0.75 \cdot \alpha_B \cdot M_k^2}$$

249 644.

$$M_{ored} = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot \sigma_{Do}}{32}$$

$$\sigma_{Do} = 105; M_{ored} = 249644.47230197047$$

249 644.

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{ored}}{\pi \cdot \sigma_{Do}}} // N$$

$$d = 28.931942075538963$$

Průměr hřídele je 28,9 mm. Z praktických důvodů a vzhledem k oslabení hřídele z konstrukčních důvodů volíme jeho průměr $d = 35 \text{ mm}$.

Závěr:

Je zřejmé, že více řemenic na hřídeli úlohu značně komplikuje a to zejména tím, že síly působí v obecných rovinách.

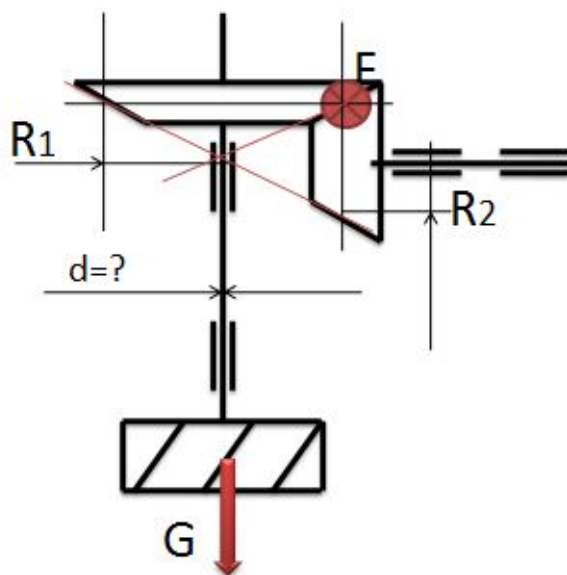
Hřídel je namáhán složeným namáháním a to pouze mezi řemenicemi, protože zde působí kromě M_o ještě M_k a dále už jen na ohyb. Ohybová čára by byla prostorová křivka, protože M_o mění v ose "z" svou rovinu. V praxi je nutno hřídel kontrolovat ještě na tvarovou pevnost, povolenou deformaci a na kritické otáčky.

Příklad k procvičení:

Vypočítejte průměr hřídele odstředivého radiálního čerpadla poháněného kuželovým soukolím o rozměrech

$R_1 = 1200 \text{ mm}$; $R_2 = 800 \text{ mm}$; přenášený výkon je: $P = 1270 \text{ kW}$; $n = 15,7 \text{ ot/s}$; tíha rotoru je: $m = 1,85 \text{ t}$.

Míra požadované bezpečnosti je $k = 2$, materiál hřídele: ocel 11500.



Zdroje

Mechanika II Pružnost & pevnost L.Mrňák- A.Drdla SNTL Praha 1978
Strojnické tabulky Vávra a kol.