

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ .1 .07/1.1 .36/02.0066
Autor	Pavel Florík
Předmět	Mechanika
Téma	Složená namáhání – tečná tečná a normálová : krut a ohyb
Metodický pokyn	výkladový text s ukázkami

Ohyb a krut kruhových hřídelů

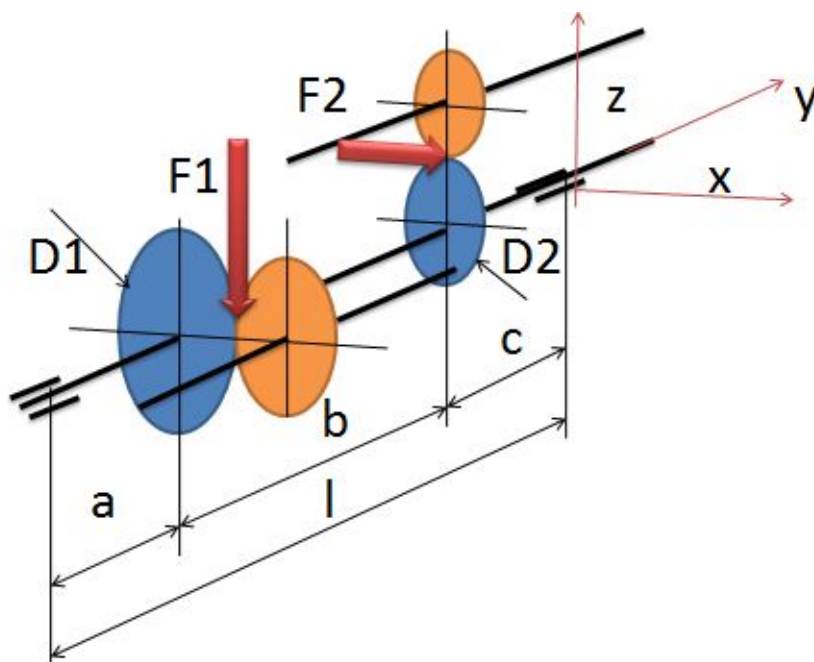
Příklad č.1

Navrhněte průměr hnacího hřídele s dvěma ozubenými koly s průměry roztečných kružnic:

$D_1 = 350 \text{ mm}$ a $D_2 = 180 \text{ mm}$. Hřídel přenáší výkon přes kotoučovou spojku a převodovku od elektromotoru:

$P = 11 \text{ kW}$, při otáčkách $n = 465 \text{ ot/min}$. Od spoluzabírajících kol na něj působí obvodové síly v rovinách x a z . Máme navrhnout průměr hřídele podle teorie HMH - 5-tá teorie. Materiál hřídele je : ocel 11700 a jeho namáhání v krutu je míjivé.

Ostatní rozměry viz. obrázek. $a = 100 \text{ mm}$; $b = 400 \text{ mm}$; $c = 150 \text{ mm}$; $l = 650 \text{ mm}$



Rozbor řešení:

Jedná se o klasickou a z hlediska praxe velice častou ukázkou výpočtu hřídele na kombinované namáhání.

Hřídel je namáhán prostorovou soustavou sil na ohyb a na krut. Smyková napětí při ohybu zaned-

báme .

Při výpočtu budeme řešit silové namáhání v každé rovině zvlášť a výsledný ohybový moment vypočteme pomocí Pythagorovy věty. Ohyb je ve III.-tím a krut ve II.způsobu namáhání, k čemuž musíme přihlídnout při určení Bachova opravného součinitele.

Řešení:

1. Vypočteme velikost M_k , pomocí P a n
2. Vypočteme velikost obvodových sil na jednotlivých ozubených kolech / jejich roztečných kružnicích /
z vypočteného M_k
3. V rovinách yz a xy vypočteme velikost dílčích reakčních sil a velikosti maximálních ohybových momentů v těchto rovinách pro místa 1 a 2.
4. Vypočteme celkové ohybové momenty v bodech 1 a 2 - zjistíme M_{max} .
5. Vypočteme velikost Mored a z něho průměr hřídele.

ad 1: Velikost kroutícího momentu M_k :

otáčky za sekundu a výkon ve wattech !

$$P = 11\,000; \quad n = 465 / 60$$

$$\frac{31}{4}$$

$$M_k = \frac{P}{2 \cdot n \cdot \pi} \quad // \quad N$$

$$M_k = 225.897$$

Pozor !!! na tomto místě udělá většina žáků chybu, protože zapomene převést honotu M_k z N.m na N.mm !!!

$$\text{Tedy } M_k = 225897 \text{ N.mm}$$

ad 2: Velikost obvodových sil :

$$M_k = 225\,897; \quad D_1 = 350; \quad D_2 = 150$$

$$150$$

$$F_1 = \frac{2 M_k}{D_1} \quad // \quad N$$

$$1290.84$$

$$F_2 = \frac{2 M_k}{D_2} \quad // \quad N$$

$$3011.96$$

Síla $F_1 = 1291$ N a síla $F_2 = 3012$ N

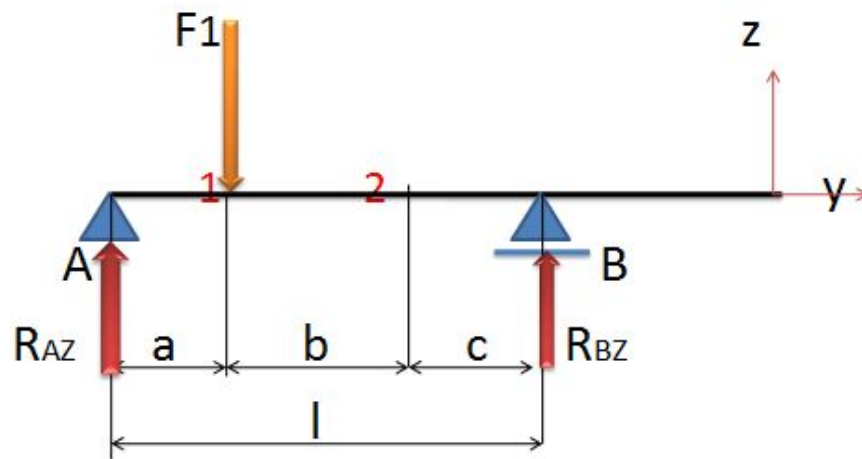
ad 3: Velikost reakčních sil a dílčích ohybových momentů pro roviny **yz** a **xy**

Reakce v rovině **yz**

sílu F_1 a F_2 si pomocí silové dvojice přeložíme do osy hřídele a vypočteme reakce pro nosník ve každé rovině zvlášť.

viz. Obr.

Rovina „yz“



$$\sum F_z = 0; R_A + R_B - F_1 = 0$$

$$\sum M_{(A)} = 0; F_1 \cdot a - R_B \cdot l = 0$$

```
ClearAll[a; l; F1]
```

```
a = 100; l = 650; F1 = 1291
```

```
ClearAll::ssym : a; l; F1 is not a symbol or a string. >>
```

```
1291
```

```
Solve[{R_Az + R_Bz - F1 == 0}, {R_Az}] // N
```

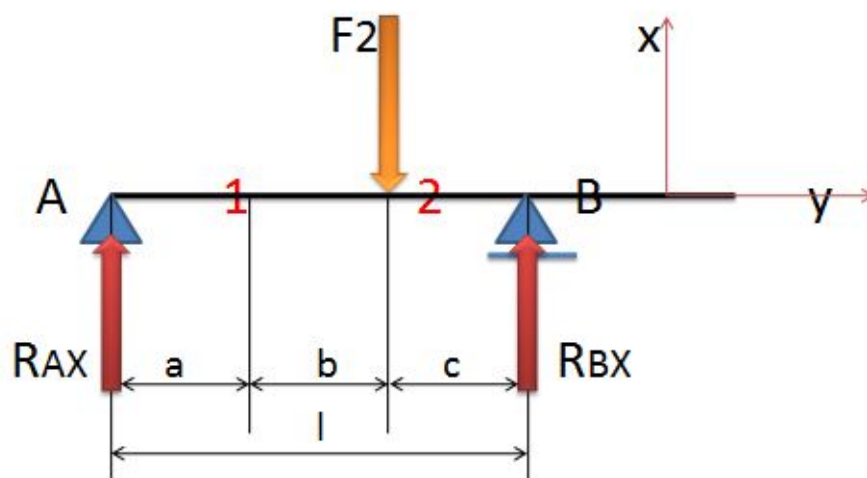
```
Solve[{R_Az + R_Bz - F1 == 0, R_Bz * l + F1 * a == 0}, {R_Bz, R_Az}] // N
```

```
{ {R_Bz -> -198.615, R_Az -> 1489.62} }
```

Reakce v rovině **yz** : $R_{Bz} = 198,615$ N ; $R_{Az} = 1489,62$ N

Reakce v rovině **xy** :

Rovina „xy“



$$\sum F_x = 0; R_{AX} + R_{BX} - F_2 = 0$$

$$\sum M_{(A)} = 0; F_2 \cdot (a+b) - R_{BX} \cdot l = 0$$

`ClearAll[a; b; l; F2]`

`a = 100; b = 400; l = 650; F2 = 3012`

3012

`Solve[{RAX + RBX - F2 == 0}, {RAX}] // N`

`Solve[{RAX + RBX - F2 == 0, RBX * l - F2 * (a + b) == 0}, {RBX, RAX}] // N`

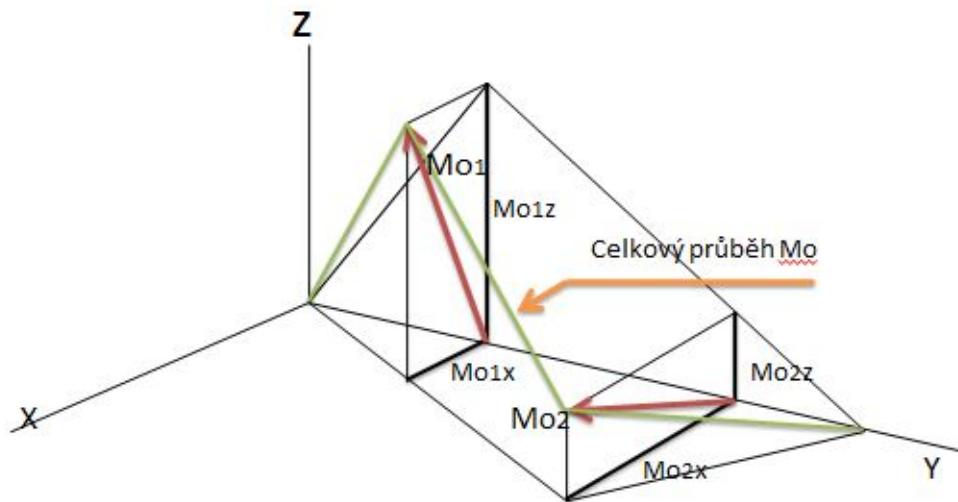
`{{RBX → 2316.92, RAX → 695.077}}`

Reakce v rovině xy: $R_{AX} = 695,077 \text{ N}$ a $R_{BX} = 2316,92 \text{ N}$

ad 4: Výpočet ohybových momentů a reakcí

Nyní máme dvě možnosti, buďto budeme řešit každou rovinu zvlášť, nebo z dílčích reakcí v jednotlivých rovinách složíme pomocí Pythagorovy věty výsledné reakce R_A a R_B ze kterých určíme $M_{\max}$. Grafické znázornění viz obrázek.

Nám se zdá přehlednější druhá možnost. Ale pro srovnání si předvedeme obě dvě.



$$R_{AZ} = 1489.6153846153845; R_{BZ} = 198.6153846153846; a = 100; b = 150;$$

$$M_{o1z} == R_{AZ} * a$$

$$M_{o1z} == 148\,962.$$

$$M_{o2z} == R_{BZ} * b$$

$$M_{o2z} == 29\,792.3$$

$$M_{o1z} = 148962 \text{ N.mm} \text{ a } M_{o2z} = 29792,3 \text{ N.mm}$$

$$R_{BX} = 2316.923076923077; R_{AX} = 695.0769230769231; a = 100; b = 150;$$

$$M_{o1x} == R_{AX} * a$$

$$M_{o1x} == 69\,507.7$$

$$M_{o2x} == R_{BX} * b$$

$$M_{o2x} == 347\,538.$$

$$M_{o1x} = 69507,7 \text{ N.mm} \text{ a } M_{o2x} = 347538 \text{ N.mm}$$

Nyní tyto dílčí ohybové momenty sečteme pomocí Pythagorovy věty:

$$M_{o1z} = 148\,962; M_{o2z} = 29\,792.3; M_{o1x} = 69\,507.7; M_{o2x} = 347\,538.5;$$

$$M_{o1} == \sqrt{M_{o1x}^2 + M_{o1z}^2}$$

$$M_{o1} == 164\,381.$$

$$M_{o2} == \sqrt{M_{o2x}^2 + M_{o2z}^2}$$

$$M_{o2} == 348\,813.$$

Výsledné ohybové momenty v místech 1 a 2 jsou: $M_{o1} = 164381 \text{ N.mm}$ a $M_{o2} = 348813 \text{ N.mm}$

A teď druhý způsob:

$R_{AZ} = 1489.6153846153845$; $R_{BZ} = 198.6153846153846$;
 $R_{BX} = 2316.923076923077$; $R_{AX} = 695.0769230769231$; $a = 100$; $b = 150$;

$$R_A = \sqrt{R_{AX}^2 + R_{AZ}^2}$$

1643.8

$$R_B = \sqrt{R_{BX}^2 + R_{BZ}^2}$$

2325.42

$$M_{O1} = R_A * a$$

$$164380.22761503048$$

$$M_{O2} = R_B * b$$

$$348813.0786627042$$

Jak sami vidíte, je výsledek shodný, záleží na vás, jaký postup vám více vyhovuje. Pro další výpočet je určující větší M_O , tedy M_{O2} .

ad 5: Výpočet redukovaného momentu M_{ored} a průměru hřídele.

nejprve si ze způsobu namáhání a z dovoleného napětí určíme Bachův opravný součinitel

$$M_{O2} = 348813; M_k = 225897; \alpha_B = 0.765; \sigma_{Do} = 85;$$

$$M_{ored} = \sqrt{M_{O2}^2 + 0.75 (\alpha_B * M_k)^2}$$

$M_{ored} = 379563.$

Redukovaný moment má hodnotu $M_{ored} = 379563 \text{ N.mm}$

$$M_{ored} = 379563; \sigma_{Do} = 85;$$

$$W_O = \frac{M_{ored}}{\sigma_{Do}} // N$$

$$W_O = 4465.447058823529$$

$0.1 \text{ d}^3 = 4465.45$

$$\text{ClearAll}[W_O]$$

$$W_O = 4465.45;$$

$$d = \sqrt[3]{W_O * 10}$$

$d = 35.4777$

Průměr hřídele je 35,477 mm. Z praktických důvodů a vzhledem k oslabení hřídele z konstrukčních důvodů volíme jeho průměr podle [ST] $d = 45 \text{ mm}$.

Závěr:

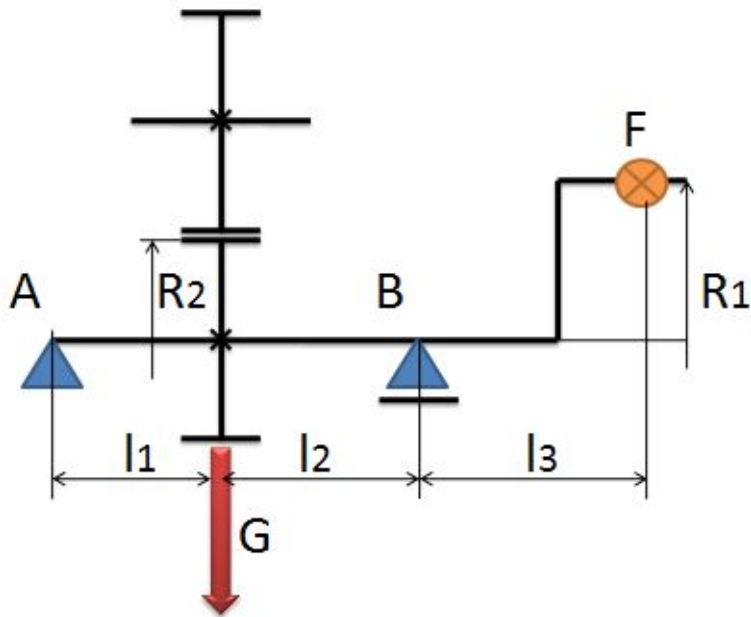
Je zřejmé, že více ozubených kol na hřídeli úlohu komplikuje a to zejména tím, že síly působí ve dvou na sebe kolmých rovinách. Hřídel je namáhán složeným namáháním a to pouze mezi ozubenými koly, protože zde působí kromě M_O ještě M_k a dále už jen na ohyb. Ohybová čára je

prostorová křivka, protože M_0 mění v ose "y" svou rovinu. V praxi je nutno hřídel kontrolovat ještě na tvarovou pevnost, povolenou deformaci a na kritické otáčky.

Příklad k procvičení:

Vypočtete průměr hřídele ručního navijáku na jehož kliku působí kolmá síla $F = 550 \text{ N}$ na rameni o poloměru

$R_1 = 425 \text{ mm}$, hmotnost ozubeného kola je 15 kg a jeho poloměr $R_2 = 250 \text{ mm}$; $l_1 = 125 \text{ mm}$; $l_2 = 185 \text{ mm}$; $l_3 = 140 \text{ mm}$. Hřídel je z oceli 11700. Dovolené napětí v ohybu je 70 MPa .



Zdroje

Mechanika II Pružnost & pevnost L.Mrňák- A.Drdla SNTL Praha 1978
Strojnické tabulky Vávra a kol.