

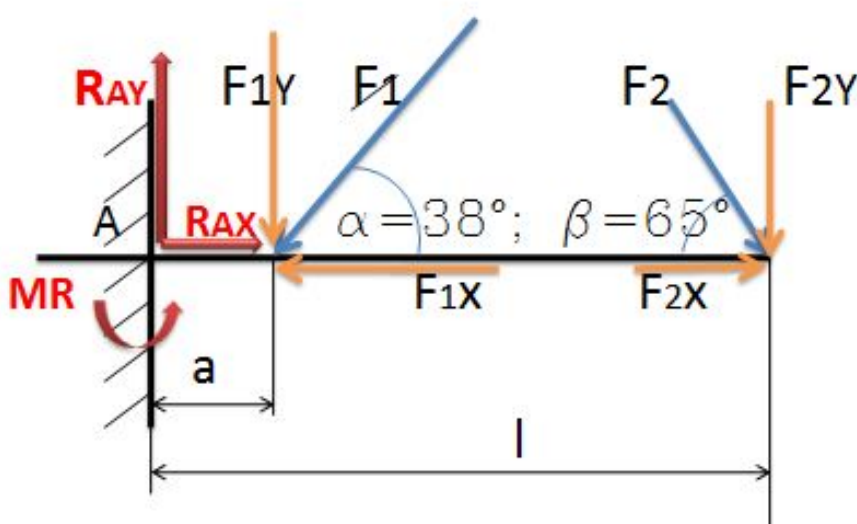
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ .1 .07/1.1 .36/02.0066
Autor	Pavel Florík
Předmět	Mechanika
Téma	Výpočet reakčních sil – vetknutý nosník
Metodický pokyn	výkladový text s ukázkami

Rovnováha sil na nosníku - vetknutý nosník zatížený šikmými osamělými silami.

Příklad:

Vypočítejte velikost reakčních / vazebních / sil v místě vetknutí nosníku zatíženého dvojicí sil o velikosti: $F_1 = 7500 \text{ N}$ a $F_2 = 4800 \text{ N}$ působící pod úhly $\alpha = 38^\circ$ a $\beta = 65^\circ$. Dané rozměry jsou: $a = 550 \text{ mm}$; $l = 1350 \text{ mm}$. Dále zjistěte, jak se budou tyto reakce měnit v závislosti na změnách úhlů v rozmezí: 0° až 90° . Postup výpočtu je standardní. Nejprve zakreslíme do obr. příslušné reakce a rozložíme si díly do souř. systému "X-Y". Napíšeme obecné rovnice rovnováhy a sestavíme v programu Wolfram rovnice pro výpočet.



Rovnice rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 ; \quad R_{Ay} - F_{1y} - F_{2y} = 0$$

$$\sum F_y = 0 ; \quad R_{Ax} - F_{1x} + F_{2x} = 0$$

$$\sum M_A = 0 ; \quad M_R - F_{1y} \cdot a - F_{2y} \cdot l = 0$$

Sílu F_1 musíme rozložit pomocí goniometrických funkcí do směrů X a Y:

$$F_1 = 7500$$

$$\alpha = 38^\circ$$

$$7500$$

$$38^\circ$$

$$\text{Solve}[F_{1x} == F_1 \cos[\alpha]] // N$$

$$\{\{F_x \rightarrow 5910.08\}\}$$

Složka $F_{1x} = 5910,1 \text{ N}$ zaokr.

$$\text{Solve}[F_{1y} == F_1 \sin[\alpha]] // N$$

$$\{\{F_{1y} \rightarrow 4617.46\}\}$$

Složka $F_{1y} = 4617,5 \text{ N}$ zaokr.

Stejným způsobem rozložíme i sílu F_2 do souř. systému X - Y

$$F_2 = 4800$$

$$\beta = 65^\circ$$

$$\text{Solve}[F_{2x} == F_2 \cos[\beta]] // N$$

$$\{\{F_{2x} \rightarrow 2028.57\}\}$$

Složka $F_{2x} = 2028,6 \text{ N}$ zaokr.

$$\text{Solve}[F_{2y} == F_2 \sin[\beta]] // N$$

$$\{\{F_{2y} \rightarrow 4350.28\}\}$$

Složka $F_{2y} = 4350,3 \text{ N}$ zaokr.

Nyní pokračujeme výpočtem rovnic rovnováhy s dosazením za složky F_x a F_y .

$$\text{Solve}[R_{Ay} - F_{1y} - F_{2y} == 0, R_{Ay}]$$

$$\{\{R_{Ay} \rightarrow 8967.74\}\}$$

$$\text{Solve}[R_{Ax} - F_{1x} + F_{2x} == 0, R_{Ax}]$$

$$\{\{R_{Ax} \rightarrow -7938.65\}\}$$

$$\text{Solve}[M_R - F_{1y} \cdot a - F_{2y} \cdot l == 0, M_R]$$

$$\{\{M_R \rightarrow 8.41248 \times 10^6\}\}$$

Výsledek: $R_{Ax} = 8967,74 \text{ N}$; $R_{Ay} = -7938,65 \text{ N}$; $M_R = 8412480 \text{ N.mm}$

Reakce R_{Ay} směřuje na druhou stranu, než jsme předpokládali viz. znaménko mínus!

Nyní budeme měnit úhly zatěžujících sil po 10°

```
ClearAll[F1; F2; l; a]
```

```
F1 = 7500; F2 4800; l = 1350; a = 550
```

```
550
```

```
F1x = F1 Cos [α]; F1y = F1 Sin [α]; F2x = F2 Cos [β]; F2y = F2 Sin [β]
```

```
ftab = Table[α Degree, {α, 0, 90, 10}]
```

```
Sin[β] F2
```

```
{0, 10 °, 20 °, 30 °, 40 °, 50 °, 60 °, 70 °, 80 °, 90 °}
```

```
ftab = Table[β Degree, {β, 0, 90, 10}]
```

```
{0, 10 °, 20 °, 30 °, 40 °, 50 °, 60 °, 70 °, 80 °, 90 °}
```

```
{0, 10 °, 20 °, 30 °, 40 °, 50 °, 60 °, 70 °, 80 °, 90 °}
```

```
{0, 10 °, 20 °, 30 °, 40 °, 50 °, 60 °, 70 °, 80 °, 90 °}
```

```
ClearAll::ssym : F1; F2; l; a is not a symbol or a string. >>
```

```
550
```

```
reseni[α_, β_, F1_, F2_, a_, l_] := Module[
```

```
{F1x, F1y, F2x, F2y},
```

```
F1x = F1 Cos [α];
```

```
F1y = F1 Sin [α];
```

```
F2x = F2 Cos [β];
```

```
F2y = F2 Sin [β];
```

```
N@Flatten@{
```

```
Solve [ RAy - F1y - F2y == 0, RAy ],
```

```
Solve[RAx - F1x + F2x == 0, RAx ],
```

```
Solve[MR - F1y a - F2y l == 0, MR]
```

```
}
```

```
]
```

Nyní stačí dosazovat požadované hodnoty úhlů zatěžujících sil a WM nám poskytne odpovídající hodnoty reakcí:

```
reseni[38 Degree, 65 Degree, 7500, 4800, 550, 1350]
```

```
{RAy → 8967.74, RAx → 3881.51, MR → 8.41248 × 106}
```

```
{α → #, β → 65 Degree, reseni[# Degree, 65 Degree, 7500, 4800, 550, 1350]} & /@
{10, 20, 30, 40} // TableForm
```

$\alpha \rightarrow 10$	$\beta \rightarrow 65^\circ$	$R_{Ay} \rightarrow 5652.64$ $R_{Ax} \rightarrow 5357.49$ $M_R \rightarrow 6.58917 \times 10^6$
$\alpha \rightarrow 20$	$\beta \rightarrow 65^\circ$	$R_{Ay} \rightarrow 6915.43$ $R_{Ax} \rightarrow 5019.13$ $M_R \rightarrow 7.28371 \times 10^6$
$\alpha \rightarrow 30$	$\beta \rightarrow 65^\circ$	$R_{Ay} \rightarrow 8100.28$ $R_{Ax} \rightarrow 4466.62$ $M_R \rightarrow 7.93537 \times 10^6$
$\alpha \rightarrow 40$	$\beta \rightarrow 65^\circ$	$R_{Ay} \rightarrow 9171.18$ $R_{Ax} \rightarrow 3716.77$ $M_R \rightarrow 8.52437 \times 10^6$

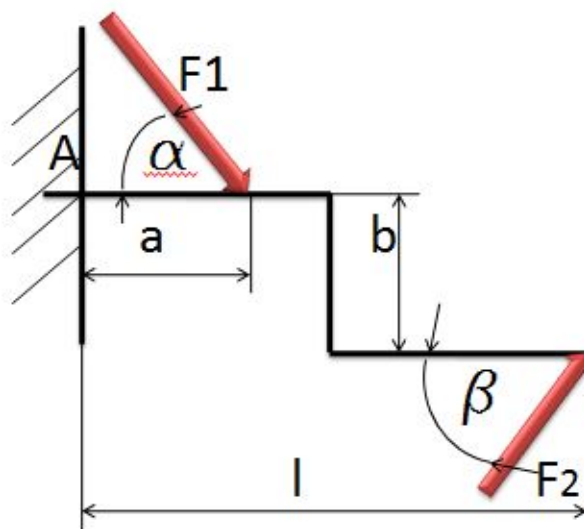
Závěr:

Podle výsledků vidíme, že program WM nám velmi rychle poskytne potřebné údaje o hodnotách reakčních sil, které poté můžeme použít při hledání optimální variantě zatížení, pevnostních výpočtech a dimenzování nosníků ve druhém ročníku v části mechaniky II Pružnost a pevnost.

Příklad k procvičení:

Vetknutý lomený nosník je zatížený šikmými silami $F_1 = 480$, $F_2 = 890$ N s úhly sklonu $\alpha = 75^\circ$; $\beta = 36^\circ$; $a = 1,85$ m;

$b = 58$ cm; $l = 2,7$ m. Aplikujte poznatky z vyřešených příkladů a vypočítejte velikost vazebních sil nosníku a zjistěte, jak se budou měnit, bude-li se sklon síly F_2 měnit v rozsahu $0^\circ - 36^\circ$ v krocích po 5° .



Zdroje

Mechanika Statika I - S. Salaba a A. Matěna SNTL Praha 1977