



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ .1 .07/1.1 .36/02.0066
Autor	Ladislav Kašpárek
Předmět	Programovací metody
Téma	úlohy na numerické řešení rovnic
Metodický pokyn	sbírka úloh, opakování

▼ Opakování

▼ Sbírka úloh

Zde naleznete sérii příkladů pro opakování numerických postupů řešení rovnic. Některé příklady čistě žádají výsledek, některé porovnávají metody mezi sebou a vyžadují hlubší práci.

▼ Úkol č. 1:

Najdi kořen rovnice $x^3 + 2\sqrt{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ metodou půlení intervalu v intervalu:

$x \in \langle 0; \sqrt{2} \rangle$ s přesností $\epsilon = 0,001$. Nakreslete graf funkce a vyhledejte na nalezený kořen.

Numerický výsledek ověřte s algebraickým řešením.

Nápověda: pro vykreslení použij funkci Plot.

▼ Úkol č. 2:

Kolik iterací potřebuje program pro nalezení kořene rovnice z úlohy č. 1 pro $\epsilon=0,001$ a $\epsilon=0,0001$.

▼ Úkol č. 3:

Najdi kořen rovnice $\sin x + \sin 3x = 0$ metodou půlení intervalu v intervalu: $x \in \langle 1; 1,1 \rangle$ s přesností $\epsilon = 0,001$. Nakreslete graf funkce a vyhledejte na nalezený kořen. Numerický výsledek ověřte s algebraickým řešením.

Nápověda: algebraické řešení neexistuje, použijte numerické, např funkci FindRoot.

▼ Úkol č. 4:

Na rovnici z úlohy 3 použijte metodu sečen. Porovnejte počet iterací postupně pro $\epsilon=0,001$ a $\epsilon=0,0001$. Obě metody porovnej a vyhodnoť, která je lepší. Experimentuj i s dalšími rovnicemi tohoto typu.

▼ Úkol č. 5:

Pro jaký typ rovnic je metoda sečen nevhodná, pokus se najít příklad, nakresli graf a zdůvodni nevhodnost. Pokus se na svoji funkci použít metodu půlení intervalu a porovnej počet iterací programu u obou metod řešení.

Nápověda: jako příklad můžeš použít vhodnou exponenciální rovnici, proč? Zdůvodni na grafu.

▼ Úkol č. 6:

Vyčíslí jeden radián ve stupních na 5 desetinných míst.

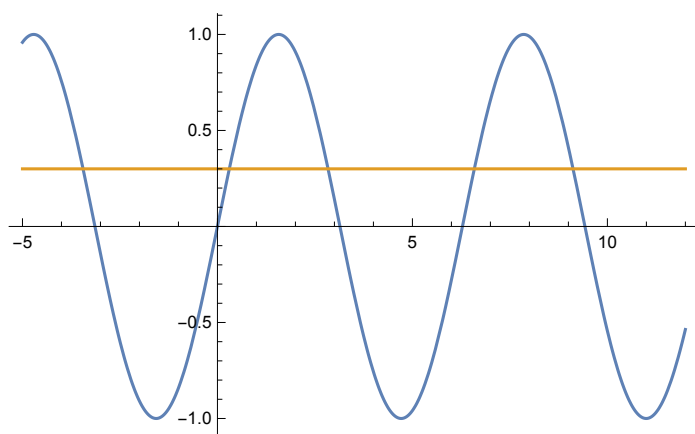
▼ Úkol č. 7:

Sestav a vyřeš rovnice, které vyčíslí v kolik hodin jsou obě ručičky hodin nad sebou.

▼ Úkol č. 8:

Najdi **všechny** kořeny rovnice $\sin x = 0,3$. Vše vyčíslí na 3 desetinná místa, pozor funkce $\sin$ je periodická.

▼ `Plot[{Sin[x], .3}, {x, -5, 12}]`



▼ Úkol č. 9:

Vyčíslí $\sqrt{2}$ na 7 desetinných míst. Ověř správnost výpočtu s příkazem.

▼ `N[ $\sqrt{2}$ , 10]`

1.414213562

▼ Úkol č. 10:

Vyčíslí π na 7 desetinných míst. Ověř správnost výpočtu s příkazem. Nápověda: pro výpočet použij aproximaci

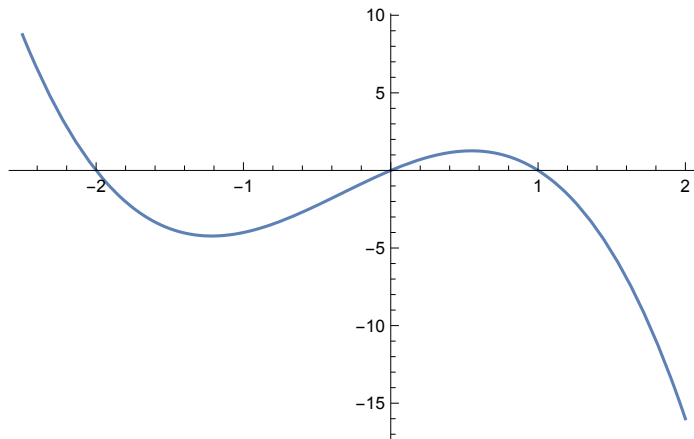
$$\pi = \frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \dots$$

▼ **N[π , 10]**

3.141592654

▼ **Úkol č. II:**

Na obrázku je graf funkce $f(x) = -x(2x - 2)(x + 2)$. Při přesnosti $\epsilon=0,001$ experimentuj s nastavením mezí intervalu pro kořen a sleduj chování nalezených výsledků. Pozn: je zřejmé, že kořen je 0, ale numerické metody najdou kořeny blízko 0. Použij všechny tobě známé metody řešení.

▼ **Plot[-x (2 x - 2) (x + 2), {x, -2.5, 2}]**▼ **FindRoot[-x (2 x - 2) (x + 2), {x, .3}]** $\{x \rightarrow -5.99101 \times 10^{-21}\}$ ▼ **FindRoot[-x (2 x - 2) (x + 2), {x, .4}]** $\{x \rightarrow -4.91523 \times 10^{-16}\}$ ▼ **FindRoot[-x (2 x - 2) (x + 2), {x, -.3}]** $\{x \rightarrow -2.10628 \times 10^{-17}\}$ ▼ **FindRoot[-x (2 x - 2) (x + 2), {x, -.3, .5}]** $\{x \rightarrow 6.94014 \times 10^{-14}\}$ ▼ **Zdroje**

Ralston, A., **Základy numerické matematiky**, Academia Praha 1978.