



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ .1 .07/1.1 .36/02.0066
Autor	Markéta Šímová
Předmět	Aplikovaná matematika
Téma	Logaritmická funkce
Metodický pokyn	výkladový text s ukázkami

Logaritmická funkce

Logaritmická funkce je dána předpisem $f: y = \log_a x$
- je inverzní k exponenciální funkci, je prostá

→ **definiční obor exponenciální funkce = obor hodnot logaritmické funkce**

$$(D(\exp) = H(\log) = \mathbb{R})$$

→ **obor hodnot exponenciální funkce = definiční obor logaritmické funkce**

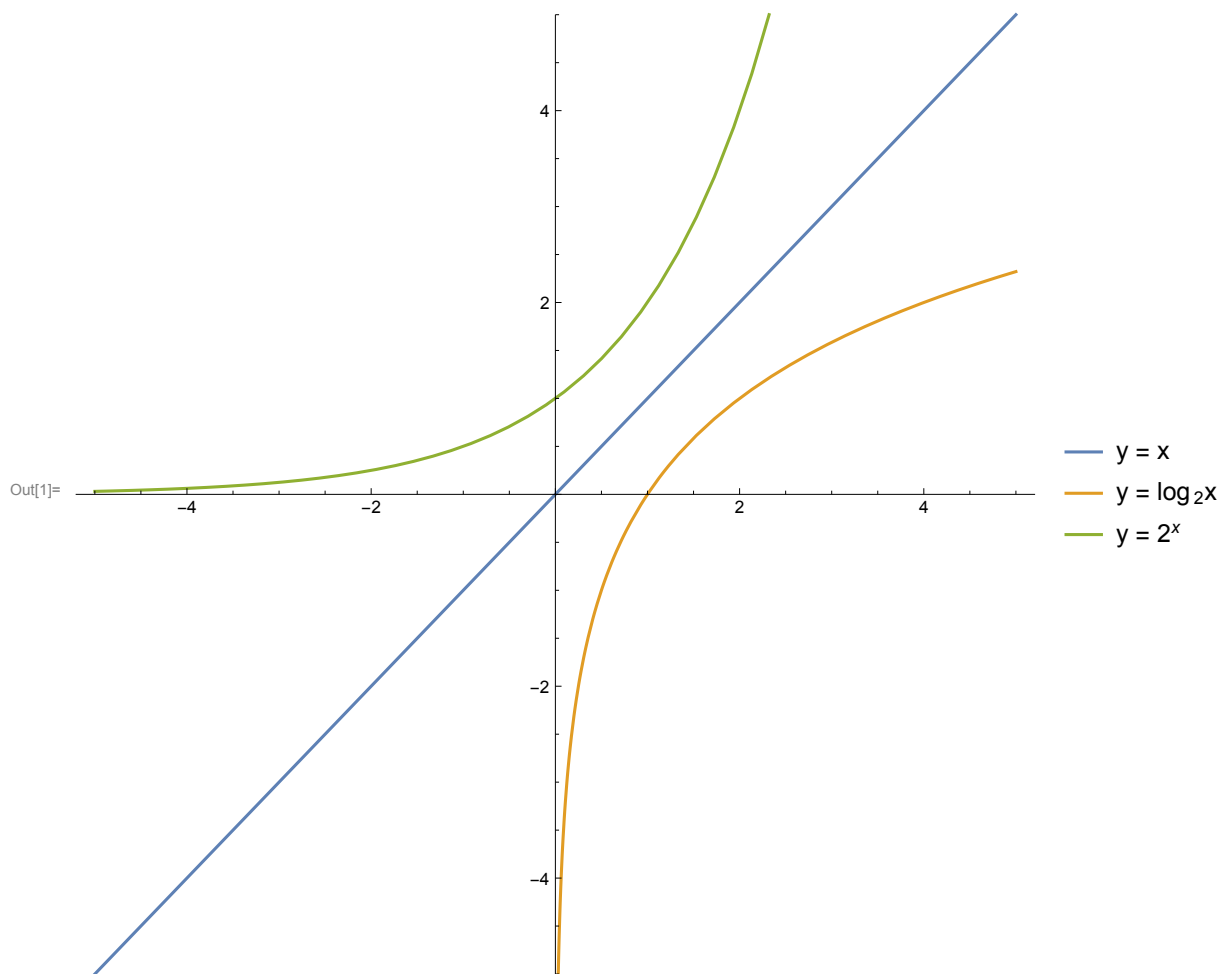
$$(H(\exp) = D(\log) = (0, \infty))$$

Graf funkce $y = \log_2 x$ je inverzní ke grafu funkce $y = 2^x$

(oba grafy jsou souměrné podle přímky $y = x$)

Všechny zmíněné funkce jsou zobrazeny v následujícím grafu:

```
In[1]:= Plot[{x, Log[2, x], 2^x}, {x, -5, 5}, PlotLegends -> {"y = x", "y = log2x", "y = 2x"},
  ImageSize -> 500, PlotRange -> {-5, 5}, AspectRatio -> 1]
```



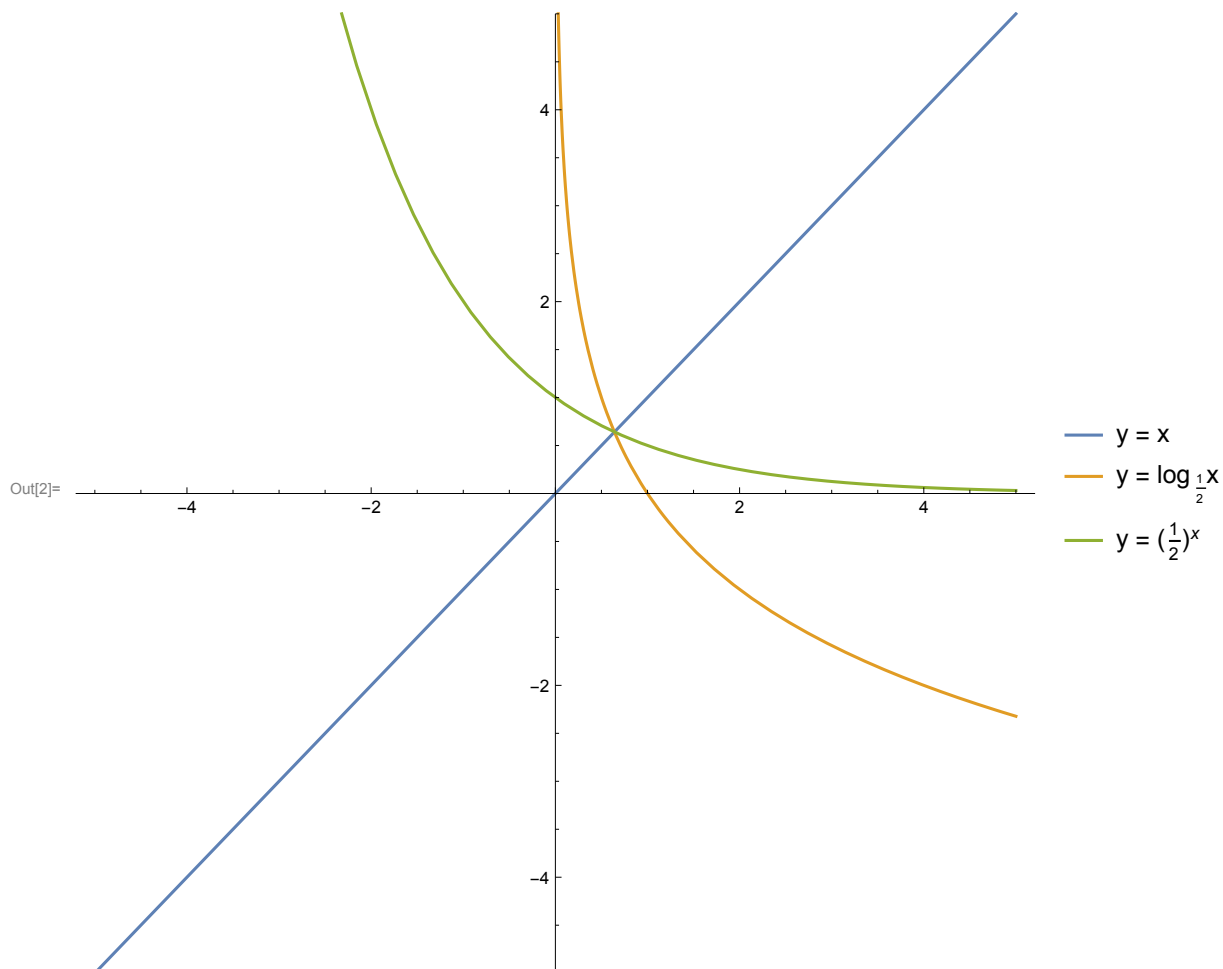
**Graf funkce $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ je inverzní ke grafu funkce $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
(oba grafy jsou souměrné podle přímky $y = x$)**

Všechny zmíněné funkce jsou zobrazeny v následujícím grafu:

```

In[2]:= Plot[{x, Log[ $\frac{1}{2}$ , x], ( $\frac{1}{2}$ )x}, {x, -5, 5},
          PlotLegends → {"y = x", "y = log $\frac{1}{2}$  x", "y = ( $\frac{1}{2}$ )x"},
          ImageSize → 500, PlotRange → {-5, 5}, AspectRatio → 1]

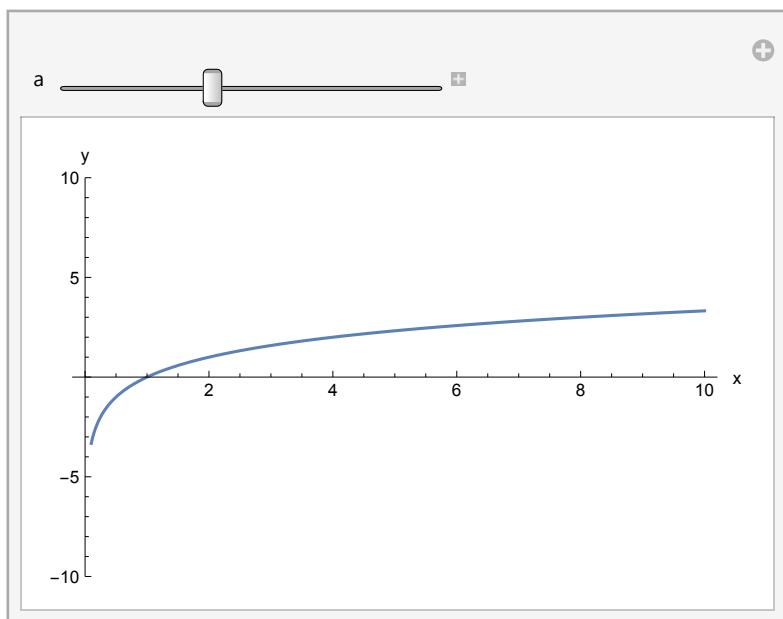
```



Význam základu logaritmické funkce:

```
In[3]:= Manipulate[Plot[Log[a, x], {x, .1, 10},
  PlotRange -> {-10, 10}, AxesLabel -> {"x", "y"}], {{a, 2}, .1, 5}]
```

Out[3]=



Závěr:

pro $a \in (0, 1)$ je graf logaritmické funkce **klesající**

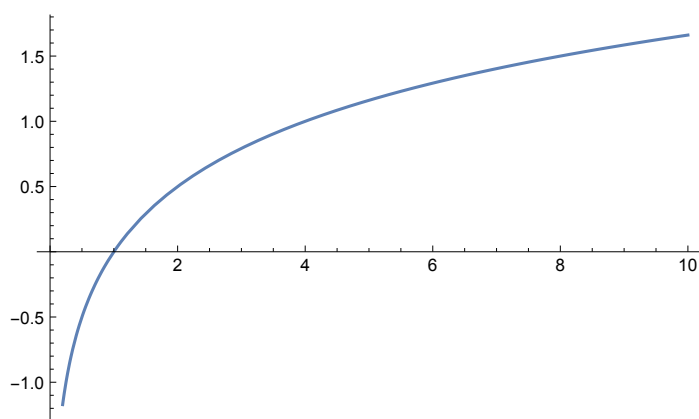
pro $a \in (1, \infty)$ je graf logaritmické funkce **rostoucí**

Příklad 1:

Sestrojte graf funkce $f: y = \log_4 x$

```
In[4]:= Plot[Log[4, x], {x, 0, 10}]
```

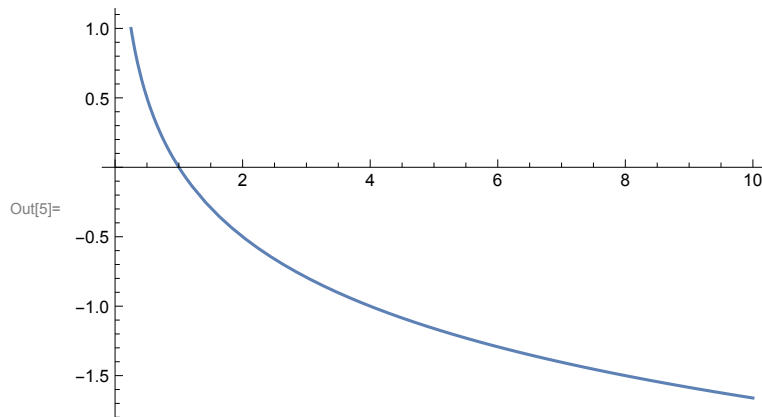
Out[4]=



Příklad 2:

Sestrojte graf funkce $f: y = \log_{\frac{1}{4}} x$

In[5]:= Plot[Log[$\frac{1}{4}$, x], {x, 0, 10}]

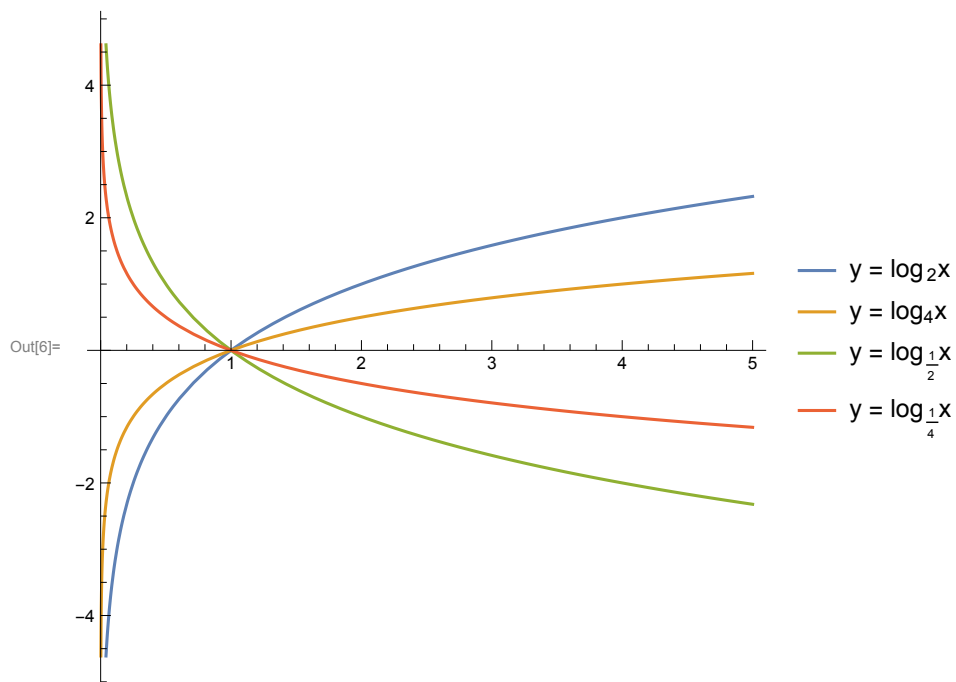


Oba přechozí grafy jsou potvrzením předchozích závěrů.

Příklad 3:

Do jedné soustavy souřadnic zobrazte několik grafů logaritmických funkcí o různých základech. Co je pro všechny grafy společné?

In[6]:= Plot[{Log[2, x], Log[4, x], Log[$\frac{1}{2}$, x], Log[$\frac{1}{4}$, x]}, {x, 0, 5}, PlotLegends → {"y = log₂x", "y = log₄x", "y = log_{1/2}x", "y = log_{1/4}x"}, AspectRatio → 1]



Závěr: Grafy všech logaritmických funkcí procházejí bodem [0,1].

Sbírka úloh:

1. Narýsujte graf funkce $y = \log_5 x$

2. Narýsujte graf funkce $y = \log_{\sqrt{2}} x$

3. Narýsujte graf funkce $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

4. Narýsujte graf funkce $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

5. Narýsujte graf funkce $y = \log_e x$ ($y = \log_e x \Leftrightarrow y = \ln x$ přirozený logaritmus). K jaké funkci je inverzní? Pokuste se znázornit obě do jednoho grafu.

Zdroje:

Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách I. Prometheus, Praha, 2006. IBSN 80-7196-337-2