

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ.1 .07/1.1 .36/02.0066
Autor	Ladislav Kašpárek
Předmět	Programovací metody
Téma	Numerické řešení rovnic
Metodický pokyn	výkladový text s ukázkami

Goniometrické řešení kvadratické rovnice

Zde ukážeme zajímavý přístup k řešení kvadratické rovnice. Jedná se o neobvyklý postup se zajímavým matematickým pohledem na věc. Motivem pro vznik této metody bylo (asi hodně dávno) eliminace odmocnin při řešení kvadratické rovnice a jejich nahrazení funkcemi goniometrickými, které se údajně lépe vyhledávaly v M/F tabulkách. Z toho je zřejmé, že se jedná o archaickou metodu. Její studium však může žákovi rozšířit matematický obzor.

Klasické řešení kvadratické rovnice

Vzorec pro řešení rovnice ve tvaru: $ax^2 + bx + c = 0$ všichni dobře známe:

Solve [$ax^2 + bx + c = 0$, x]

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\} \right\}$$

Kde výraz pod odmocninou nazýváme diskriminant a ten rozhoduje o typu kořenů (dva reálné, násobný, komplexní – vyslov všechny vlastnosti).

Pozn: pokud je $a=1$, pak se rovnice nazývá normovaná. Normalizace rovnice nijak neovlivňuje její kořeny.

Výklad a důkaz goniometrického řešení

Následující postup jsem objevil v knize: Šisler M., Andrys J.: *O řešení algebraických rovnic*, ÚV matematické olympiády, Mladá fronta, Praha 1966. Výklad uvedeme celý, na závěr jej shrneme a okomentujeme. POZOR: jedná se precizní matematický text, kde autor používá i vlastní nes-tandardní symboliku. Ve shrnutí použijeme vlastní, aby nás nemátla.

7. Goniometrické řešení kvadratické rovnice

Vzorce udávající kořeny kvadratické rovnice s reálnými koeficienty nejsou vhodné pro výpočet pomocí logaritmů. Tato nevýhoda je obzvláště zřejmá, jsou-li koeficienty rovnice mnohociferná čísla. V tomto případě můžeme použít tzv. goniometrického řešení kvadratické rovnice, které nám umožňuje vyjádřit kořeny ve tvaru vhodném pro výpočet pomocí logaritmických tabulek. Nevýhodou goniometrického řešení je však to, že lze použít jen v případě, kdy rovnice má reálné kořeny (to je případ, který často nastává zvláště při řešení praktických úloh, kdy lze očekávat, že existuje reálné řešení).

Každou kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty můžeme psát ve tvaru

$$(42) \quad x^2 \pm 2ax \pm b^2 = 0, \quad \text{kde } a > 0, b > 0,$$

(případ, kdy $a = 0$ nás nezajímá, neboť se pak jedná o ryze kvadratickou rovnici, jejíž řešení je snadné; poznamenejme dále, že zápis (42) chápeme jako zápis pro čtyři rovnice, které dostaneme pomocí všech kombinací znamének). Je-li totiž dána normovaná kvadratická rovnice

$$(43) \quad x^2 + px + q = 0, \quad p \neq 0,$$

a položíme-li $\left|\frac{p}{2}\right| = a > 0$ a $\sqrt{|q|} = b > 0$, je $|p| = 2a$ a $|q| = b^2$. Je tedy $p = \pm 2a$ a $q = \pm b^2$. Dosazením do (43) dostáváme rovnici tvaru (42).

Všimněme si nyní podmínek pro to, aby rovnice (42) měla reálné kořeny. Platnost těchto podmínek je pak vždy třeba ověřit, dříve než přistoupíme k vlastnímu výpočtu kořenů.

Budeme rozeznávat dva případy:

I. Ve (42) je u b^2 znaménko minus. Potom je diskriminant rovnice (42)

$$D = 4a^2 + 4b^2 = 4(a^2 + b^2) > 0$$

bez ohledu na to, zda je u $2a$ znaménko plus nebo minus. Ostrá nerovnost pak platí v důsledku toho, že $a \neq 0$. V případě I tedy vždy existují dva reálné různé kořeny.

II. Ve (42) je u b^2 znaménko plus. Potom je diskriminant rovnice (42)

$$D = 4a^2 - 4b^2 = 4(a^2 - b^2).$$

Aby měla rovnice reálné různé kořeny, musí být $D > 0$, tj. $a^2 > b^2$. Protože je $a > 0$, $b > 0$, dostáváme podmínku

$$a > b.$$

Je-li $D = 0$, pak je $a = b$ a rovnice má jeden dvojnásobný kořen. Rovnice (42) je pak tvaru

$$x^2 \pm 2ax + a^2 = 0$$

čili

$$(x \pm a)^2 = 0.$$

Dvojnásobný kořen je pak roven číslu a nebo $-a$ podle toho, je-li v rovnici (42) u $2a$ znaménko plus nebo minus.

Je tedy zřejmé, že stačí, budeme-li se zabývat jen případy, kdy rovnice (42) má právě dva reálné různé kořeny. Můžeme tedy učinit tento závěr: Rovnice (42) má dva reálné různé kořeny v případě I (tj. je-li u b^2 znaménko minus) vždy a v případě II (tj. je-li u b^2 znaménko plus) tehdy, je-li $a > b$.

Uvedme nyní postup goniometrického řešení v případech I a II. V obou případech budeme dále rozlišovat, zda u koeficientu $2a$ je znaménko plus nebo minus.

Ia. Rovnice (42) je tvaru

$$(44) \quad x^2 - 2ax - b^2 = 0, \quad \text{kde } a > 0, b > 0.$$

V tomto případě má rovnice dva různé reálné kořeny

$$(45) \quad x_1 = a + \sqrt{a^2 + b^2}, \quad x_2 = a - \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Položme

$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg} 2\varphi,$$

kde $0 < 2\varphi < \frac{\pi}{2}$, neboť $\frac{b}{a} > 0$.

Nyní budeme postupně upravovat výrazy pro kořeny (45). Úpravy budeme dělat paralelně pro oba kořeny.

$$x_1 = a + a \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}, \quad x_2 = a - a \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2},$$

$$x_1 = a + a \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\varphi}, \quad x_2 = a - a \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\varphi},$$

$$x_1 = a + \frac{a}{\cos 2\varphi}, \quad x_2 = a - \frac{a}{\cos 2\varphi},$$

$$x_1 = a \frac{\cos 2\varphi + 1}{\cos 2\varphi}, \quad x_2 = a \frac{\cos 2\varphi - 1}{\cos 2\varphi},$$

$$x_1 = \frac{2a \cos^2 \varphi}{\cos 2\varphi}, \quad x_2 = -\frac{2a \sin^2 \varphi}{\cos 2\varphi},$$

$$x_1 = \frac{2a \cos^2 \varphi \sin \varphi}{\cos 2\varphi \sin \varphi}, \quad x_2 = -\frac{2a \sin^2 \varphi \cos \varphi}{\cos 2\varphi \cos \varphi},$$

$$x_1 = \frac{a \sin 2\varphi \cos \varphi}{\cos 2\varphi \sin \varphi}, \quad x_2 = -\frac{a \sin 2\varphi \sin \varphi}{\cos 2\varphi \cos \varphi},$$

$$x_1 = a \operatorname{tg} 2\varphi \operatorname{cotg} \varphi, \quad x_2 = -a \operatorname{tg} 2\varphi \operatorname{tg} \varphi,$$

$$x_1 = b \operatorname{cotg} \varphi, \quad x_2 = -b \operatorname{tg} \varphi.$$

Tím se nám podařilo vyjádřit kořeny (45) ve tvaru

$$(46) \quad x_1 = b \operatorname{cotg} \varphi, \quad x_2 = -b \operatorname{tg} \varphi,$$

který je již vhodný pro výpočet pomocí logaritmů.

Ib. Rovnice (42) je tvaru

$$(47) \quad x^2 + 2ax - b^2 = 0, \quad \text{kde } a > 0, b > 0.$$

Také v tomto případě má rovnice dva reálné různé kořeny

$$(48) \quad x_1 = -a + \sqrt{a^2 + b^2}, \quad x_2 = -a - \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Nyní platí

$$x_1 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} = -(a - \sqrt{a^2 + b^2}),$$

$$x_2 = -a - \sqrt{a^2 + b^2} = -(a + \sqrt{a^2 + b^2}).$$

Kořeny x_1, x_2 jsou až na znaménko rovny kořenům v případě Ia. Je tedy

$$(49) \quad x_1 = b \operatorname{tg} \varphi, \quad x_2 = -b \operatorname{cotg} \varphi,$$

kde φ je voleno tak, že $\frac{b}{a} = \operatorname{tg} 2\varphi$, $0 < 2\varphi < \frac{\pi}{2}$.

IIa. Rovnice (42) je tvaru

$$(50) \quad x^2 - 2ax + b^2 = 0, \quad \text{kde } a > 0, b > 0.$$

Aby měla tato rovnice dva reálné, různé kořeny, musí být $a > b$, tj. $0 < \frac{b}{a} < 1$. Potom jsou kořeny dány vzorci

$$(51) \quad x_1 = a + \sqrt{a^2 - b^2}, \quad x_2 = a - \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Položme

$$\frac{b}{a} = \sin 2\varphi,$$

kde $0 < 2\varphi < \frac{\pi}{2}$ (takový úhel 2φ existuje, neboť je $0 < \frac{b}{a} < 1$). Pro kořeny (51) provedme tyto paralelní úpravy:

$$x_1 = a + a \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}, \quad x_2 = a - a \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2},$$

$$x_1 = a + a \sqrt{1 - \sin^2 2\varphi}, \quad x_2 = a - a \sqrt{1 - \sin^2 2\varphi},$$

$$x_1 = a + a \cos 2\varphi, \quad x_2 = a - a \cos 2\varphi,$$

$$x_1 = 2a \cos^2 \varphi, \quad x_2 = 2a \sin^2 \varphi,$$

$$x_1 = \frac{2a \cos^2 \varphi \sin \varphi}{\sin \varphi}, \quad x_2 = \frac{2a \sin^2 \varphi \cos \varphi}{\cos \varphi},$$

$$x_1 = \frac{a \sin 2\varphi \cos \varphi}{\sin \varphi}, \quad x_2 = \frac{a \sin 2\varphi \sin \varphi}{\cos \varphi},$$

$$x_1 = a \sin 2\varphi \cotg \varphi, \quad x_2 = a \sin 2\varphi \tg \varphi,$$

$$x_1 = b \cotg \varphi, \quad x_2 = b \tg \varphi.$$

Tím jsme vyjádřili kořeny (51) ve tvaru

$$(52) \quad x_1 = b \cotg \varphi, \quad x_2 = b \tg \varphi,$$

který je vhodný k logaritmování.

IIb. Rovnice (42) je tvaru

$$(53) \quad x^2 + 2ax + b^2 = 0, \quad \text{kde } a > 0, b > 0.$$

Aby měla tato rovnice dva reálné různé kořeny, musí být opět splněna podmínka $a > b$. Kořeny rovnice (53) jsou pak tvaru

$$(54) \quad \begin{aligned} x_1 &= -a + \sqrt{a^2 - b^2} = -(a - \sqrt{a^2 - b^2}), \\ x_2 &= -a - \sqrt{a^2 - b^2} = -(a + \sqrt{a^2 - b^2}). \end{aligned}$$

Jsou tedy až na znaménko rovny kořenům rovnice (50), takže je

$$(55) \quad x_1 = -b \tg \varphi, \quad x_2 = -b \cotg \varphi,$$

kde $0 < 2\varphi < \frac{\pi}{2}$, $\frac{b}{a} = \sin 2\varphi$.

Příklad 25. Řešme goniometricky rovnici

$$x^2 - 6,642x + 10,017 = 0.$$

Převeďme ji nejprve na tvar (42). Zřejmě je

$$a = \left| \frac{-6,642}{2} \right| = 3,321, \quad b = \sqrt{10,017}.$$

Rovnice je tvaru (50) a protože je $a > b$ (jest $3,321 > \sqrt{10,017}$), nastává případ IIa. Určíme tedy úhel φ takový, že

$$\sin 2\varphi = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{10,017}}{3,321} \quad \text{a} \quad 0 < 2\varphi < \frac{\pi}{2}.$$

Je tedy $\varphi = 36^\circ 11'$. Podle vzorců (52) je pak

$$x_1 = \sqrt{10,017} \cotg 36^\circ 11' \doteq 4,327,$$

$$x_2 = \sqrt{10,017} \tg 36^\circ 11' \doteq 2,315.$$

Naše rovnice má tedy dva reálné kořeny $x_1 \doteq 4,327$ a $x_2 \doteq 2,315$.

Cvičení 39. Řešte goniometricky tyto kvadratické rovnice:

a) $x^2 - 2,379x + 1,38785 = 0;$

b) $x^2 - 1,121x + 0,15575 = 0;$

c) $x^2 + x + 0,2211 = 0;$

d) $x^2 + 0,39672x - 0,05164 = 0.$

Jsem rád, že jste na toto místo dočetli a dostudovali se, nikoliv přeskočili : -) V následujícím textu pouze shrneme získané poznatky už bez důkazů a použijeme odlišnou, snad přehlednější symboliku.

Klíčový je výraz (42), který nešťastně používá symboly a, b , které jsou v konfliktu s rovnicí a tradičním značením z úvodu tohoto materiálu. Proto pro další text volme označení:

$$x^2 \pm 2Rx \pm S^2 = 0$$

Symboly R, S jsou natolik odlišné od tradičního značení koeficientů kvadratické rovnice, že nemůže dojít k záměně. Podmínka reálného řešení tedy zní pro případ I (u S^2 je znaménko minus):

$$D = (2R)^2 + 4S^2 = 4R^2 + 4S^2 = 4(R^2 + S^2) > 0$$

Toto však platí vždy!

Případ II (u S^2 je znaménko plus):

$$D = (2R)^2 - 4S^2 = 4R^2 - 4S^2 = 4(R^2 - S^2) > 0$$

tedy $R > S$

Příklady : Urči zda rovnice $x^2 + 6x - 25 = 0$ má reálné kořeny.

Řešení: upravme rovnici na tvar (42): $x^2 + 2 \times 3 x - 5^2 = 0$, tedy $R=3$, $S=5$, jde o typ I, řešení existuje (experimentálně ověř pomocí Solve).

Příklady : Urči zda rovnice $x^2 + 6 x + 25 = 0$ má reálné kořeny.

Řešení: upravme rovnici na tvar (42): $x^2 + 2 \times 3 x + 5^2 = 0$, tedy $R=3$, $S=5$, jde o typ II, řešení NEexistuje (experimentálně ověř pomocí Solve).

Příklady : Urči zda rovnice $x^2 + 18 x + 25 = 0$ má reálné kořeny.

Řešení: upravme rovnici na tvar (42): $x^2 + 2 \times 9 x + 5^2 = 0$, tedy $R=9$, $S=5$, jde o typ II, řešení existuje (experimentálně ověř pomocí Solve).

Tabulka typů a řešení kvadratické rovnice

Sestavme tabulku všech čtyř typů rovnice ve tvaru (42) a jejich řešení, pozn $R>0, S>0, 0 < 2\phi < 2\pi$:

typ	rovnice	kořeny	vztah pro ϕ
Ia	$x^2 - 2 R x - S^2 = 0$	$x_1 = S \cot \phi, x_2 = -S \tan \phi$	$\frac{S}{R} = \tan(2\phi), \phi = \frac{\arctan \frac{S}{R}}{2}$
Ib	$x^2 + 2 R x - S^2 = 0$	$x_1 = S \tan \phi, x_2 = -S \cot \phi$	$\frac{S}{R} = \tan(2\phi), \phi = \frac{\arctan \frac{S}{R}}{2}$
IIa	$x^2 - 2 R x + S^2 = 0$	$x_1 = S \cot \phi, x_2 = S \tan \phi$	$\frac{S}{R} = \sin(2\phi), \phi = \frac{\arcsin \frac{S}{R}}{2}$
IIb	$x^2 + 2 R x + S^2 = 0$	$x_1 = -S \tan \phi, x_2 = -S \cot \phi$	$\frac{S}{R} = \sin(2\phi), \phi = \frac{\arcsin \frac{S}{R}}{2}$

Příklad pro případ Ia

Řešte rovnici: $x^2 - 50 x - 36 = 0$. Klasické řešení a numerické řešení:

`Solve`[$x^2 - 50 x - 36 == 0, x$]

$\{ \{x \rightarrow 25 - \sqrt{661}\}, \{x \rightarrow 25 + \sqrt{661}\} \}$

`NSolve`[$x^2 - 50 x - 36 == 0, x$]

$\{ \{x \rightarrow -0.70992\}, \{x \rightarrow 50.7099\} \}$

Goniometrické řešení: $R=25$, $S=6$. Vychýslíme ϕ :

$\phi = \frac{\text{ArcTan}[6 / 25]}{2} // \text{N}$

0.117772

$x_1 = 6 \cot[\phi]$

50.7099

$x_2 = -6 \tan[\phi]$

-0.70992

Příklad pro případ Ib

Řešte rovnici: $x^2 + 12 x - 81 = 0$. Klasické řešení a numerické řešení:

Solve $[x^2 + 12 x - 81 == 0, x]$

$\{\{x \rightarrow 3 (-2 - \sqrt{13})\}, \{x \rightarrow 3 (-2 + \sqrt{13})\}\}$

NSolve $[x^2 + 12 x - 81 == 0, x]$

$\{\{x \rightarrow -16.8167\}, \{x \rightarrow 4.81665\}\}$

Goniometrické řešení: R=6, S=9. Vyčíslíme ϕ :

phi = $\frac{\text{ArcTan}[9 / 6]}{2} // \text{N}$

0.491397

x₁ = **9 Tan**[phi]

4.81665

x₂ = **-9 Cot**[phi]

-16.8167

Příklad pro případ IIa

Řešte rovnici: $x^2 - 120 x + 100 = 0$. Klasické řešení a numerické řešení:

Solve $[x^2 - 120 x + 100 == 0, x]$

$\{\{x \rightarrow 10 (6 - \sqrt{35})\}, \{x \rightarrow 10 (6 + \sqrt{35})\}\}$

NSolve $[x^2 - 120 x + 100 == 0, x]$

$\{\{x \rightarrow 0.839202\}, \{x \rightarrow 119.161\}\}$

Goniometrické řešení: R=60, S=10. Vyčíslíme ϕ :

phi = $\frac{\text{ArcSin}[10 / 60]}{2} // \text{N}$

0.083724

x₁ = **10 Cot**[phi]

119.161

x₂ = **10 Tan**[phi]

0.839202

Příklad pro případ IIb

Řešte rovnici: $x^2 + 68 x + 4 = 0$. Klasické řešení a numerické řešení:

Solve $[x^2 + 68 x + 4 == 0, x]$

$\{\{x \rightarrow \frac{2}{-17 - 12 \sqrt{2}}\}, \{x \rightarrow 2 (-17 - 12 \sqrt{2})\}\}$

```
NSolve[x2 + 68 x + 4 == 0, x]
{{x -> -67.9411}, {x -> -0.0588745}}
```

Goniometrické řešení: R=34, S=2. Vyčíslíme ϕ :

```
phi = ArcSin[2 / 34] // N
0.0294288
```

```
x1 = -2 Tan[phi]
-0.0588745
```

```
x2 = -2 Cot[phi]
-67.9411
```

Příklad bez reálného řešení pro případ IIb

Řešte rovnici: $x^2 + 8x + 400 = 0$. Klasické řešení a numerické řešení:

```
Solve[x2 + 8 x + 400 == 0, x]
{{x -> 4 (-1 - 2 i Sqrt[6])}, {x -> 4 (-1 + 2 i Sqrt[6])}}
```

KOMPLEXNÍ KOŘENY!!!

```
NSolve[x2 + 8 x + 400 == 0, x]
{{x -> -4. - 19.5959 i}, {x -> -4. + 19.5959 i}}
```

Goniometrické řešení: R=4, S=20. Vyčíslíme ϕ :

```
phi = ArcSin[20 / 4] // N
0.785398 - 1.14622 i
```

Argument ArcSin je větší než 1 a to nás varuje, že něco není v pořádku. Ověříme podmínku reálného řešení: $R > S$ a vidíme, že není splněna, tedy rovnice nemá reálné kořeny.

Příklad pro případ Ia (pseudoalgebraické řešení)

Řešte rovnici: $x^2 - 50x - 36 = 0$. Klasické řešení a numerické řešení:

```
Solve[x2 - 50 x - 36 == 0, x]
{{x -> 25 - Sqrt[661]}, {x -> 25 + Sqrt[661]}}
```

```
NSolve[x2 - 50 x - 36 == 0, x]
{{x -> -0.70992}, {x -> 50.7099}}
```

Goniometrické řešení: R=25, S=6. Vyčíslíme ϕ , nikoliv však numericky, ale jen symbolicky:

```
phi = ArcTan[6 / 25]
1/2 ArcTan[6/25]
```

$$x_1 = 6 \cot[\phi]$$

$$6 \cot\left[\frac{1}{2} \operatorname{ArcTan}\left[\frac{6}{25}\right]\right]$$

$$x_2 = -6 \tan[\phi] \text{ // FullSimplify}$$

$$-6 \tan\left[\frac{1}{2} \operatorname{ArcTan}\left[\frac{6}{25}\right]\right]$$

Získané výsledky jsou vyjádřeny jen symboicky, žádné “konkrétní” číslo nebylo vypočteno. Takové výsledky často k ničemu nejsou...

Doporučený postup řešení

Mějme rovnici ve tvaru $Ax^2 + Bx + C = 0$

1/ Normalizace: vydělte číslem A, gon. řešení předpokládá normalizovanou.

1a/ dále použijeme tvar rovnice: $x^2 + px + q = 0$

2/ Rozhodneme o typu rovnice podle znaménka u q. (je-li minus řešení existuje vždy)

2a/ je-li plus, musíme vyšetřit koeficient p

3/ určíme čísla S a R

$$3a/ S = \sqrt{q}, R = \frac{p}{2}$$

4/ dle typu vypočítat ϕ

5/ dle typu dopočítat x_1, x_2

Příklad: řešte $-5x^2 - 13x + 10 = 0$

1/ Normalizace: $x^2 + \frac{13}{5}x - 2 = 0$

2/ typ I, vždy řešení

3/ $R=13/10, S = \sqrt{2}$

4/ jedná se o typ Ib, $\phi = \frac{\arctan \frac{S}{R}}{2}$

$$R = 13 / 10$$

$$\frac{13}{10}$$

$$S = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}$$

$$\phi = \frac{\operatorname{ArcTan}\left[\sqrt{2} / (13 / 10)\right]}{2} \text{ // N}$$

$$0.413727$$

5/ kořeny

$$x_1 = S \tan[\phi]$$

$$0.620937$$

$$x_2 = -S \cot[\phi]$$

$$-3.22094$$

Úlohy k procvičení

Všechny předchozí příklady sice pěkně ilustrují 4 případy řešení, ale jsou “uměle” vytvořené, aby dobře vypadaly. To však není reálná situace, proto uvedeme serii příkladů, které budou blíže realitě, zadání už nebude přímo rozlišeno do typu, to si musí každý udělat sám. Zařazeny budou i úlohy bez reálného řešení.

Řešte v R rovnici pomocí goniometrických funkcí:

$$x^2 + 3x - 11 = 0$$

$$x^2 + 7x + 11 = 0$$

$$x^2 + 3.5x - 8 = 0$$

$$x^2 - \sqrt{3.5}x - 8.1 = 0$$

$$x^2 + \sqrt{9.7}x + 12.1 = 0$$

$$x^2 - \sin(2)x - 9 = 0$$

$$x^2 + \sin(3)x + 15.99 = 0$$

$$x^2 - \frac{1}{3}x - \operatorname{tg}(3.13) = 0$$

$$2x^2 - \frac{11}{37}x - 360/101 = 0$$

Shrnutí

1/ Byla prezentována zajímavá metoda řešení kvadratických rovnic. Její praktická výhoda snadného řešení pomocí M/F tabulek asi bude zastíněna jejím rozsahem (4 typy rovnic a ke každému typu 3 vzorce a několik mezivýpočtů).

2/ lze však různé metody řešení porovnat z pohledu řešení na papíře, na počítači ap.

Úlohy

1/ Vyřeš rovnici: $\operatorname{Log}[1/2]x^2 - \frac{81}{131}x + \sqrt{1/5} = 0$, $x \in \mathbb{R}$ algebraicky, graficky, goniometricky.

Zdroje

<http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/Solve.html>

Šisler M., Andrys J.: *O řešení algebraických rovnic*, ÚV matematické olympiády, Mladá fronta, Praha 1966.