

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

|                 |                           |
|-----------------|---------------------------|
| Číslo projektu  | CZ .1 .07/1.1 .36/02.0066 |
| Autor           | Pavel Florík              |
| Předmět         | Mechanika                 |
| Téma            | Vláknové tření            |
| Metodický pokyn | výkladový text s ukázkami |

## Výpočet sil pro vláknové tření:

### Příklad 1:

Vypočtete velikost síly nutné k udržení tělesa o hmotnosti  $G = 2000 \text{ N}$  v rovnovážné poloze, viz. obr., je-li konopné lano, na němž je břemeno zavěšeno vedeno přes dva dřevěné nepohyblivé bubny s rozdílnými úhly opásání. A to  $\alpha_1 = 240^\circ$  a  $\alpha_2 = 30^\circ$ . Součinitel tření  $f = 0,4$ . Dále vypočtete jak se změní síla  $F$  bude-li se měnit úhel  $\alpha_2$  v mezích od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ .

### Rozbor a postup řešení:

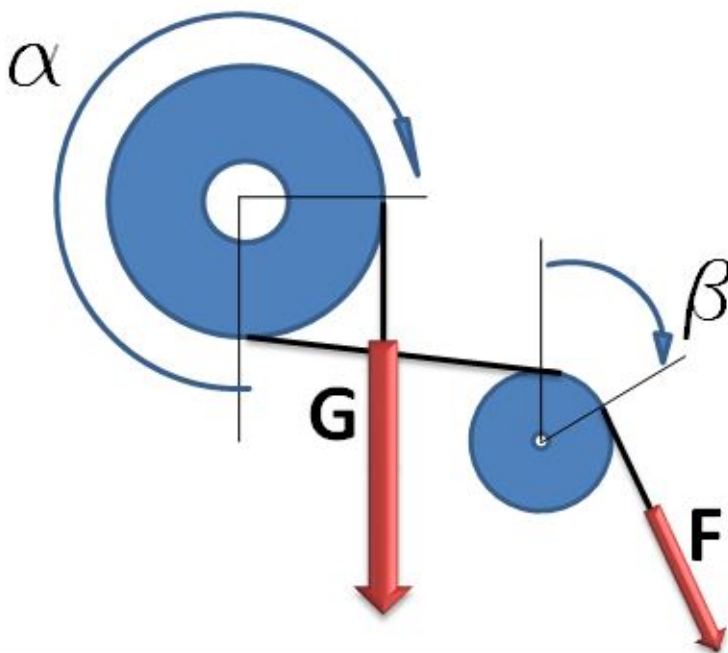
1. jedná se o klasickou úlohu výpočtu sil pro vláknové tření. Pro řešení použijeme Eulerovu podmínku pro vlák.tření.

$$S_1 = S_2 \cdot e^{af}$$

2. Nyní je třeba určit, která ze sil je  $S_1$  a která je  $S_2$ . Logicky : pro udržení břemene je potřeba síla menší, tedy  $F = S_2$ . Síla  $G$  je rovna  $S_1$

3. Úhel opásání  $\alpha_{\text{celk}}$  je součet obou dílčích úhlů .Pozor ! Úhel zadáváme v radiánech!

4. Nakonec zbývá pouze vyřešit rovnici:  $S_2 = \frac{S_1}{e^{af}}$  . /  $e = 2,718$  /



ad.1: Výpočet  $S_2$ . Dáno:  $S_1 = G = 2000 \text{ N}$ ,  $\alpha = 240^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $f = 0,4$

$\alpha = 240 \text{ Degree} ; \beta = 30 \text{ Degree}$

$30^\circ$

$S_1 = 2000 ; \alpha + \beta = 270 \text{ Degree} ; f = 0.4 ;$

Set::write : Tag Plus in  $30^\circ + 240^\circ$  is Protected. >>

$\text{Solve}[S_2 == \frac{S_1}{e^{(\alpha+\beta) f}}, S_2]$

$\{\{S_2 \rightarrow 303.672\}\}$

**ad.2: Výsledná síla pro udržení břemene v rovnováze je:**  $F = S_2 = 303,672 \text{ N}$ . Nyní se podíváme, jak se bude tato síla měnit v závislosti na změně úhlu opásání  $\beta$  v mezích od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ , v krocích po 5-ti stupních

**ad.3: Celkový úhel opásání:**

$\text{ftab} = \text{Table}[\beta \text{ Degree}, \{\beta, 0, 180, 5\}]$

$\{0, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 65^\circ,$   
 $70^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 85^\circ, 90^\circ, 95^\circ, 100^\circ, 105^\circ, 110^\circ, 115^\circ, 120^\circ, 125^\circ,$   
 $130^\circ, 135^\circ, 140^\circ, 145^\circ, 150^\circ, 155^\circ, 160^\circ, 165^\circ, 170^\circ, 175^\circ, 180^\circ\}$

$\alpha$  je konstantní úhel  $\beta$  se mění po 5-ti  $^\circ$  viz. tabulka výše. Změna velikosti výsl. síly  $F = S_2$  je patrná z následujícího výpočtu

$\alpha = 240 \text{ Degree} ;$

**ad.4 : Výsledná síla  $S_2$ :**

$\text{vysl} = \text{Table}[\{\beta, \text{NSolve}[S_2 == \frac{S_1}{e^{(\alpha+\beta) f}}, S_2]\}, \{\beta, \text{ftab}\}]$

$\{\{0, \{\{S_2 \rightarrow 374.423\}\}\}, \{5^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 361.579\}\}\},$   
 $\{10^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 349.175\}\}\}, \{15^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 337.197\}\}\}, \{20^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 325.629\}\}\},$   
 $\{25^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 314.459\}\}\}, \{30^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 303.672\}\}\}, \{35^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 293.254\}\}\},$   
 $\{40^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 283.194\}\}\}, \{45^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 273.48\}\}\}, \{50^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 264.098\}\}\},$   
 $\{55^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 255.038\}\}\}, \{60^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 246.289\}\}\}, \{65^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 237.841\}\}\},$   
 $\{70^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 229.682\}\}\}, \{75^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 221.803\}\}\}, \{80^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 214.194\}\}\},$   
 $\{85^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 206.846\}\}\}, \{90^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 199.75\}\}\}, \{95^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 192.898\}\}\},$   
 $\{100^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 186.281\}\}\}, \{105^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 179.89\}\}\}, \{110^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 173.719\}\}\},$   
 $\{115^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 167.76\}\}\}, \{120^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 162.005\}\}\}, \{125^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 156.448\}\}\},$   
 $\{130^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 151.081\}\}\}, \{135^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 145.898\}\}\},$   
 $\{140^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 140.893\}\}\}, \{145^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 136.06\}\}\}, \{150^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 131.392\}\}\},$   
 $\{155^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 126.885\}\}\}, \{160^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 122.532\}\}\}, \{165^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 118.329\}\}\},$   
 $\{170^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 114.27\}\}\}, \{175^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 110.35\}\}\}, \{180^\circ, \{\{S_2 \rightarrow 106.564\}\}\}\}$

Zde máme výsledky výpočtu v tabulce:

**vys1 // TableForm**

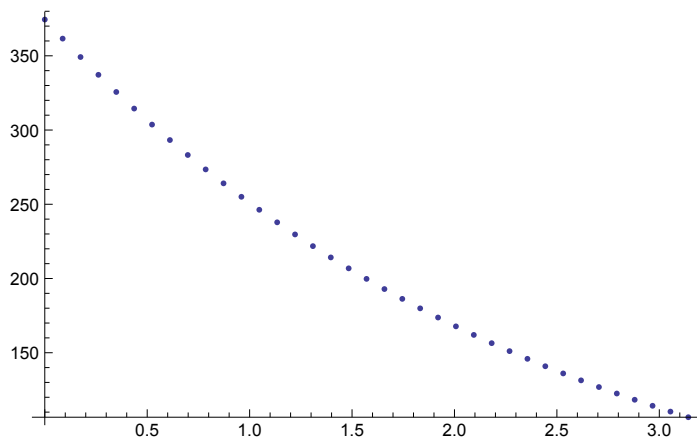
```

0      S2 → 374.423
5 °    S2 → 361.579
10 °   S2 → 349.175
15 °   S2 → 337.197
20 °   S2 → 325.629
25 °   S2 → 314.459
30 °   S2 → 303.672
35 °   S2 → 293.254
40 °   S2 → 283.194
45 °   S2 → 273.48
50 °   S2 → 264.098
55 °   S2 → 255.038
60 °   S2 → 246.289
65 °   S2 → 237.841
70 °   S2 → 229.682
75 °   S2 → 221.803
80 °   S2 → 214.194
85 °   S2 → 206.846
90 °   S2 → 199.75
95 °   S2 → 192.898
100 °  S2 → 186.281
105 °  S2 → 179.89
110 °  S2 → 173.719
115 °  S2 → 167.76
120 °  S2 → 162.005
125 °  S2 → 156.448
130 °  S2 → 151.081
135 °  S2 → 145.898
140 °  S2 → 140.893
145 °  S2 → 136.06
150 °  S2 → 131.392
155 °  S2 → 126.885
160 °  S2 → 122.532
165 °  S2 → 118.329
170 °  S2 → 114.27
175 °  S2 → 110.35
180 °  S2 → 106.564

```

A nyní si tyto výsledky převedeme do grafu

**ListPlot[{#[[1]], S<sub>2</sub> /. #[[2]][[1]]} & /@ vys1]**



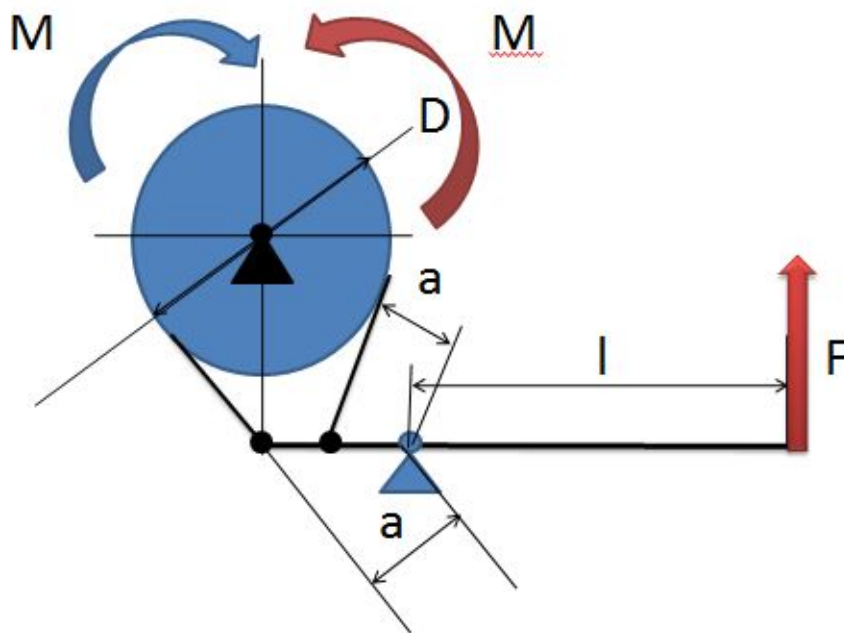
## Závěr:

Z výsledků je jasně patrné, že se zvětšujícím se úhlem opásání klesá i velikost síly nutné k udržení

břemene v rovnováze. Viz. graf.

### Příklad k procvičení:

Stanovte velikost brzdící síly pro oba směry otáčení součtové pásové brzdy. Je-li litinový brzdící buben opásán na 0,75 obvodu ocelovým pásem a buben se otáčí účinkem obvodové síly  $F_2 = 480$  N. Dále sestavte graf závislosti brzdící síly na součiniteli tření pohybujícím se od 0,05 až do 0,45. Rozměry :  $a = 15$  cm,  $l = 1,25$  m



## Zdroje

Mechanika Statika I - S. Salaba a A. Matěna SNTL Praha 1977