



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt	Amper, SŠ PTA Jihlava, pracoviště tř. Legionářů 3
Číslo projektu	CZ.1.07/1.1.36/02.0066
Číslo sady	01
Číslo vzdělávacího materiálu	04/5
Autor	Ing. Salah Ifrah
Předmět	Automatické řízení
Tematický celek	Analýza chování regulačního obvodu
Téma	Tvary spojitě přenosové funkce systému druhého řádu
Anotace	Pracovní list je zaměřený hlavně na praktické použití blokové algebry při analýze chování lineárního regulačního obvodu
Metodický pokyn	Pracovní list s úkoly, vhodný i pro individuální práci, časová náročnost 90 minut
Inovace	ICT podpora teoretické výuky automatického řízení simulací, vyšší názornost a originalita, podpora interakce mezi učitelem a žákem

Tvary spojitě přenosové funkce systému 2. řádu

Klíčová aktivita: obecný tvar obrazového přenosu, součin, součet a zpětnovazební tvar

Cíl:

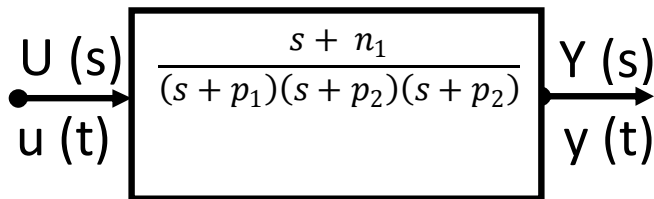
- Vytvořit z obecného tvaru přenosu tvar součinu a tvar součtu a naopak.
- Vytvořit tyto tvary jako funkční modely v prostředí Wolfram-Mathematica.

Vstupní znalosti	Základy spojitěho lineárního řízení, blokové algebry a sw Wolfram-Mathematica
	Pomocné prostředky: - Wolfram-Mathematica - Amper_01_TvSpPr_Sys2Radu_Cv.cdf - Kurz automatického řízení
	Činnost: počítačové cvičení, doba řešení: 1,5H

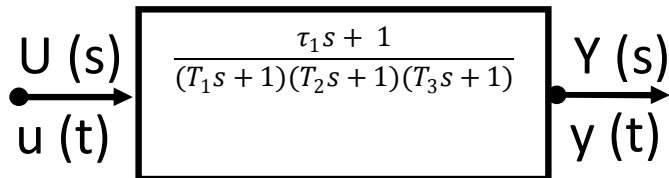
Zadání

vyjádřete daný obecný tvar obrazového přenosu pomocí dalších typů tvarů jako jsou "tvar součinu kořenových činitelů", "tvar s časovými konstantami" a "tvar parciálních zlomků"

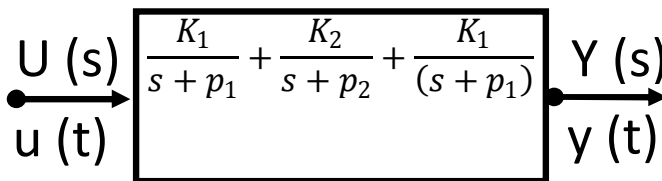
$$G = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$



tvár součinu kořenových činitelů



tvár s časovými konstantami



tvár s časovými konstantami

Úkoly

1. Připravte referát.
2. uveďte obecnou definici přenosové funkce.
3. seznámte se s jednotlivými tvary vyjádření přenosové funkce (přenosu) a určete počet vstupů a výstupů
regulované soustavy a uveďte jeho název.
4. Určete kořeny polynomů v čitateli a jmenovateli (nuly = zeros, póly = poles).
5. Napište přenosovou funkci (přenos) ve tvaru kořenových činitelů a uveďte význam její parametrů.
6. Napište přenosovou funkci (přenos) ve tvaru s časovými konstantami a uveďte význam její parametrů.
7. Napište přenosovou funkci (přenos) ve tvaru parciálních zlomků a uveďte význam její parametrů.
8. Ověřte pomocí softwaru Wolfram-Mathematica výsledky z bodů 3 až 7, **podle potřeby si vyžádejte pomoc od učitele**
 - a. v prostředí softwaru Wolfram-Mathematica otevřete soubor typu .nb (notebook) a nazvěte jej
TvSpPrSys2rad_jmeno_trida_datum.
 - b. Seznamte se s příkazovými řádky Apart, Simplify, FullSimplify, TransferFunctionFactor, TransferFunctionModel, SystemsModelDimensions, TransferFunctionPoles, TransferFunctionZeros, TransferFunctionExpand a jejich využití.
 - c. Vytvořte funkční modely na základě jednotlivých tvarů přenosové funkce.
9. Na základě funkčního modelu z bodu 8c) a určete řád dané soustavy s přenosem $G(s)$.

Závěr

do závěru uveďte porovnávání tvarů přenosové funkce a jejich využití a zejména využití nul, pólů, zesílení a časových konstant.

1-Příprava referátu - vyplňte hlavičku referátu (viz formalář).

2-Obecná definice přenosové funkce

Přenosová funkce G je matematické vyjádření relace mezi vstupem lineárního systému $u(t)$ a jeho výstupem $y(t)$. Může být jednorozměrný systém (1 vstup a 1 výstup) nebo vícerozměrný (několik vstupů a výstupů). Jsou známy dva druhy přenosových funkcí obrazový a frekvenční přenos

a - obrazový přenos : podíl Laplaceova obrazu $Y(s)$ výstupního signálu $y(t)$ k L-obrazu vstupního $U(s)$ signálu $u(t)$ při nulových počátečních podmínkách. L-obrazy získáme z originálů Laplaceovou transformací.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}, \quad \text{kde } s \equiv \frac{d}{dt} \text{ je operátor derivace}$$

b - frekvenční přenos : podíl Fourierova obrazu $Y(j\omega)$ výstupního signálu $y(t)$ k F-obrazu $U(j\omega)$ vstupního signálu $u(t)$ při nulových počátečních podmínkách. Frekvenční přenos lze formálně určit z obrazového přenosu dosazením $s \equiv j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)}, \quad \text{kde } j \text{ je komplexní}$$

operátor a ω kruhová frekvence

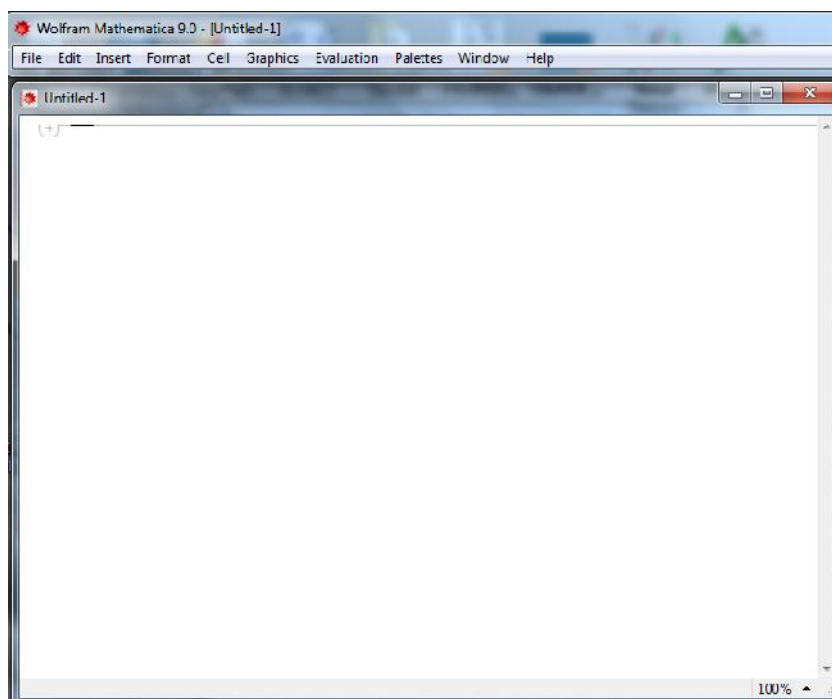
8-Ověření výsledků v prostředí Wolfram Mathematica

a- Tvorba souboru typu notebook

v prostředí Wolfram-mathematica- hlavní menu postupně klepněte levým tlačítkem myši na:

File → *New* → *Notebook (.nb)* nebo *ctrl+N*

objeví se prázdný soubor s názvem "untitled-číslo"



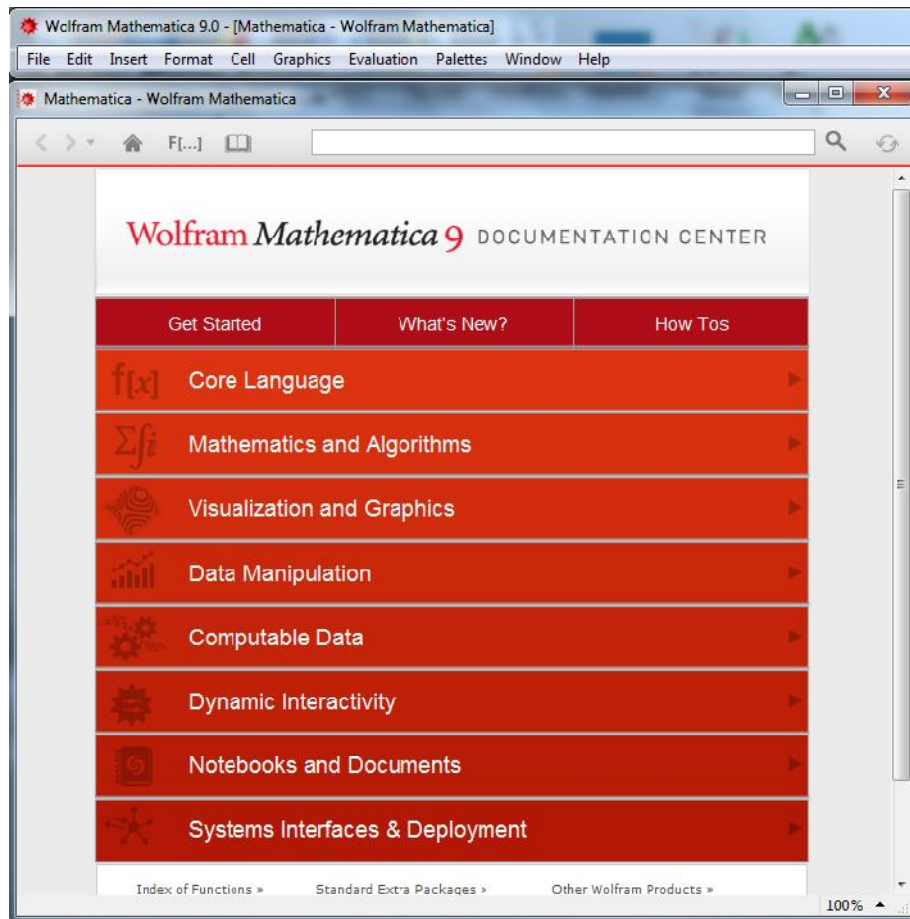
uložte jej pod názvem “TvPreFceSys2rad _jmeno_trida_datum”

b- seznámení s jednotlivými příkazovými řádky

v prostředí Wolfram-mathematica - hlavní menu postupně klepněte levým tlačítkem myši na:

Help → Documentation Centre

objeví se *podmenu*



Do prázdného pole napište jednotlivé příkazové řádky a postupně prostudujte syntaxi a způsob použití

c- Tvorba funkčních modelů a ověření vypočtených výsledků

bod 3-Jednotlivé tvary přenosové funkce - tvorba funkčního modelu

Jsou známé 4 tvary přenosové funkce lineární spojité regulované soustavy:

- obecný tvar,
- tvar součinu kořenových činitelů,
- tvar s časovými konstantami,
- tvar parciálních zlomků.

Funkční model přenosové funkce v obecném tvaru dostaneme příkazovým řádkem

$$G = \text{TransferFunctionModel} \left[\left\{ \left\{ \frac{1}{s^2 + 3s + 2} \right\} \right\}, s \right]$$

$$\left(\frac{1}{2 + 3s + s^2} \right) \tau$$

a dimenze regulované soustavy bude

`SystemsModelDimensions` $\left[\left(\frac{1}{2 + 3s + s^2} \right) \tau \right]$
 $\{1, 1\}$

Jedná se o jednorozměrnou regulovanou soustavu

bod 4-Kořeny polynomů v čitateli a jmenovateli (nuly = zeros, póly= poles).

Nuly určíme příkazovým řádkem

`TransferFunctionZeros` [G]
 $\{\{\{\}\}\}$

Póly určíme příkazovým řádkem

`TransferFunctionPoles` [G]
 $\{\{-2, -1\}\}$

bod 5-Přenosová funkce - tvar kořenových činitelů

Tvar kořenových činitelů funkčního modelu z bodu 3 určíme příkazovým řádkem

`TransferFunctionFactor` [G]
 $\left(\frac{1}{(1 + s)(2 + s)} \right) \tau$

bod 6-Přenosová funkce - tvar s časovými konstantami

Tvar s časovými konstantami funkčního modelu z bodu 5 určíme příkazovým řádkem

`TransferFunctionModel` $\left[\left\{ \left\{ \frac{0.5}{(s + 1)(0.5s + 1)} \right\}, s \right\} \right]$
 $\left(\frac{0.5}{(1 + 0.5s)(1 + s)} \right) \tau$

Časové konstanty jsou 1/2, 1 .

Statické zesílení soustavy určíme v ustáleném stavu výstupu soustavy $y(t)$ pro $t \rightarrow \infty$ nebo pro $s \rightarrow 0$, tedy je 1/2

bod 7-Přenosová funkce - tvar parciálních zlomků

Tvar parciálních zlomků funkčního modelu určíme příkazovým řádkem

`Apart` $\left[\frac{0.5}{(s + 1)(0.5s + 1)} \right]$
 $\frac{1.}{1. + 1. s} - \frac{1.}{2. + 1. s}$

Výsledkem je součet 2 přenosů. Tvar součinu kořenových činitelů dostaneme

```
TransferFunctionModel [{{ $\frac{1}{1+s} - \frac{1}{2+1s}$ }}, s]
```

$$\left(\frac{1}{(1+s)(2+s)} \right) \mathcal{T}$$

Obecný tvar dostaneme zpět

```
TransferFunctionModel [{{ $\frac{1}{1+s} - \frac{1}{2+1s}$ }}, s] // Simplify
```

$$\left(\frac{1}{2+3s+s^2} \right) \mathcal{T}$$

9-Řád regulované soustavy

řád regulované soustavy určuje nejvyšší stupeň polynomu na jmenovateli přenosové funkce G. V našem případě je 3.

Závěr

Přenosová funkce se používá hlavně

- pro popis chování a vlastnosti regulovaných soustav (elektrické, mechanické, elektromechanické, pneumatické a hydraulické) a regulátorů.
- při vyšetřování stability regulačních obvodů
- při návrhu regulátorů

Časová konstanta: určuje ideální dobu, za kterou by výstup regulované soustavy dosahl ustalený stav $y(t)$ pro $t \rightarrow \infty$.

Nuly, poly a zesílení soustavy: určují hlavně míru stability regulované nebo regulační soustavy při návrhu regulátoru.

Obecný tvar přenosové funkce: určuje řád soustavy, řád astatismu a usnadňuje kreslení frekvenční charakteristiky v komplexní rovině

Tvar parciálních zlomků přenosové funkce: usnadňuje realizace soustavy.

Tvar přenosové funkce s časovými konstantami: usnadňuje kreslení frekvenční amplitudové a fázové charakteristiky. Je nejpoužívanější tvar v regulační technice.

Zdroje

-Interní studijní materiál školy a firemní dokumentace software Wolfram-Mathematica.

-<http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/TransferFunctionPoles.html?q=TransferFunctionPoles&lang=en>

-<http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/TransferFunctionZeros.html?q=TransferFunctionZeros&lang=en>

-<http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/TransferFunctionFactor.html?q=TransferFunctionFactor&lang=en>

-<http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/TransferFunctionModel.html?q=TransferFunctionModel&lang=en>

-<http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/TransferFunctionExpand.html?q=TransferFunctionExpand&lang=en>

Materiál je určen pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení.

Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.

Neocitovaná autorská díla jsou dílem autora.

Neocitované obrázky jsou součástí prostředků výukového software Microsoft office 2007.